Analisi Matematica 2

Prova scritta 15/09/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $a \in \mathbb{R}$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{n} - \arctan\frac{1}{n}\right)$ [a] diverge per ogni a ; [b] converge se $a > 1$; [c] converge se $a = 1$; [d] diverge se e solo se $a \le 1$.

• **2. Fisici:** Siano $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 \ge 1\}$ e $f(x,y) = x^2 + y^2$ per $(x,y) \in A$. Allora [a] $(0,1/3)$ è un punto di estremo locale; [b] f ha massimo assoluto; [c] f non ha minimo assoluto; [d] $(1/2,0)$ è un punto di estremo assoluto.

• **3. Fisici:** Siano $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y \ge 0, \ |(x,y)| \le 1\}$ e $I = \int_B \exp(|(x,y)|^2)\,dx\,dy$. Allora I vale [a] $\pi(e-1)$; [b] $\pi(e-1)/8$; [c] $\pi(e-1)/2$; [d] $\pi(e-1)/4$.

4. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $g(x) = \sqrt{x}(\sinh\sqrt{x})^4$ se $x > 0$ e $g(x) = 0$ se $x \le 0$. Allora g è [a] non differenziabile in 0 ; [b] di classe C^1 e non C^2 ; [c] di classe C^3 e non C^4 ; [d] di classe C^2 e non C^3 .

5. Sia u una soluzione massimale dell'equazione $u'(t) = t^4(64 - u^6(t))$. Allora u è soluzione globale se [a] $u(0) = -4$; [b] $u(6) = -4$; [c] $u(6) = 1$; [d] $u(0) = -6$.

6. Sia $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $h(x,y) = (y^2-1)^2 + x^2$. Allora h [a] ha minimo assoluto in $(0,0)$; [b] non ha minimo assoluto; [c] ha massimo assoluto in $(0,-1)$; [d] ha due punti di minimo locale.

7. Siano Ω un aperto di $\mathbb{R}^3$ e $f : \Omega \to \mathbb{R}$ continua. Allora f è (notazioni: L=lipschitziana, U=unif. continua) [a] L se f è di classe C^1 con ∇f limitato; [b] U se Ω è un disco; [c] L se $\Omega = \mathbb{R}^3$; [d] U se f è differenziabile con ∇f limitato e Ω è un semipiano.

8. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u'''(t) - 6u''(t) + 8u'(t) = 3e^t$ per ogni t . Allora [a] u è limitata; [b] u è monotona; [c] il limite $\lim_{x\to-\infty} u(t)$ esiste finito; [d] $\lim_{x\to-\infty} |u(t)| = +\infty$.

9. Siano $\Gamma = \{(x,y) \in [0,1] \times \mathbb{R} : 3y = x^3\}$, $a, b > 0$ e $I = \int_0^1 \sqrt{a + x^b}\,dx$. Allora I è la lunghezza di Γ se (a,b) vale [a] $(1,4)$; [b] $(1,2)$; [c] $(3,1)$; [d] $(1,3)$.

10. Il limite $\lim_{x\to+\infty}\{x^3\sqrt{x^2-1} - x^4 + (x^2/2)\}$ vale [a] 0 ; [b] $+\infty$; [c] $-1/4$; [d] $-1/8$.

---

spazio riservato alla commissione