Analisi Matematica 1

Prova scritta 15/09/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Data la successione reale $\{a_n\}$, per $k = 1, 2$ si denoti con S_k la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^k$. Allora $\boxed{\text{a}}$ S_1 converge se e solo se S_2 converge; $\boxed{\text{b}}$ S_2 diverge se S_1 diverge; $\boxed{\text{c}}$ S_1 e S_2 convergono assolutamente se $a_n = o(1/n)$ per $n \to \infty$; $\boxed{\text{d}}$ S_2 converge se S_1 converge assolutamente.

2. L'integrale $\int_4^8 \frac{x}{x-2}\, dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $4 + 2\ln 3$; $\boxed{\text{b}}$ $3 + \ln 2$; $\boxed{\text{c}}$ $4 + \ln 2$; $\boxed{\text{d}}$ $2 + \ln 3$.

3. Per $x, y \in (0, +\infty)$ sia $f(x, y) = x^3 y$ e sia A l'insieme dei valori delle derivate direzionali di f in $(1, 1/4)$. Allora $\sup A$ vale $\boxed{\text{a}}$ $4/3$; $\boxed{\text{b}}$ $3/4$; $\boxed{\text{c}}$ $5/4$; $\boxed{\text{d}}$ $4/5$.

4. La funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^3|x| - x^{-5}$ è $\boxed{\text{a}}$ strettamente crescente; $\boxed{\text{b}}$ continua ma non di classe C^1; $\boxed{\text{c}}$ non differenziabile; $\boxed{\text{d}}$ di classe C^1 e non monotona.

5. Perché $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sia integrabile secondo Riemann rispetto alla misura ordinaria è $\boxed{\text{a}}$ nec. che esista $n \in \mathbb{N}$ tale che $f(x) \le (n^6 - |x|^6)^+$ per ogni x; $\boxed{\text{b}}$ suff. che f sia limitata; $\boxed{\text{c}}$ nec. che f sia continua tranne al più in un insieme finito di punti; $\boxed{\text{d}}$ suff. che f assuma solo un numero finito di valori.

6. Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $u(x, y) = f(3x + 2y)$. Allora u verifica in $\mathbb{R}^2$ $\boxed{\text{a}}$ $2D_x u + 3D_y u = 0$; $\boxed{\text{b}}$ $3D_x u - 2D_y u = 0$; $\boxed{\text{c}}$ $3D_x u + 2D_y u = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $2D_x u - 3D_y u = 0$.

7. Sia $A = \{\operatorname{Im} e^z : z \in \mathbb{C},\ \operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z,\ 0 \le \operatorname{Re} z \le \pi\}$. Allora $\max A$ vale $\boxed{\text{a}}$ $e^{\pi/2}\sqrt{2}$; $\boxed{\text{b}}$ $e^{3\pi/2}\sqrt{2}$; $\boxed{\text{c}}$ $e^{3\pi/4}/\sqrt{2}$; $\boxed{\text{d}}$ $e^{\pi/4}/\sqrt{2}$.

8. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $u^2(x) = x^2 u(x) + 1 + x^2$ per ogni x. Se u è differenziabile e $u(1) = 2$, allora $u'(1)$ vale $\boxed{\text{a}}$ -2; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ -3.

9. Sia $G = F^{-1}$ ove $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è la funzione biiettiva data da $F(x) = 3 + \int_{-x}^{x} \cosh(y^2)\, dy$. Allora $G'(3)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/5$; $\boxed{\text{b}}$ $1/3$; $\boxed{\text{c}}$ $1/2$; $\boxed{\text{d}}$ 1.

10. Il limite $\lim_{x\to 0}(3e^{-x} + 2e^{3x} - 5)/(2\sin 3x)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 2; $\boxed{\text{b}}$ $1/2$; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ $-1/3$.

---

spazio riservato alla commissione