Analisi B

Appello del giorno 15/09/08	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $g(x,y,z) = y(z^2 - x^2)$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Allora g $\boxed{a}$ ha almeno un punto di minimo relativo; $\boxed{b}$ non ha punti di massimo locale; $\boxed{c}$ ha un numero finito di punti stazionari; $\boxed{d}$ è limitata ma non ha minimo assoluto.

2. Sia $h : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definita dalla formula data di volta in volta. Allora quella *non* uniformemente continua è $\boxed{a}$ $\sin(\ln(x+1))$; $\boxed{b}$ $\sin(\sin x)$; $\boxed{c}$ $\sin(e^{-x})$; $\boxed{d}$ $\sin(x\sqrt{x})$.

3. Sia $\sigma : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ continua. Per $\lambda \in \mathbb{R}$ sia $S_\lambda = \{x \in \mathbb{R}^n : \sigma(x) \le \lambda\}$. Allora $\boxed{a}$ ogni S_λ è non vuoto; $\boxed{b}$ se almeno un S_λ è limitato e non vuoto, σ ha minimo; $\boxed{c}$ se σ è anche convessa, almeno un S_λ è vuoto; $\boxed{d}$ se σ è anche convessa, ogni S_λ è limitato.

• **4. Matematici:** Siano $\lambda \in (0,+\infty)$, $n \in \mathbb{N}$ e $f_n(x) = n^\lambda x e^{-nx}$ per $x \in [0,+\infty)$. Allora $\{f_n\}$ $\boxed{a}$ converge uniformemente in $[0,+\infty)$ per ogni $\lambda < 3$; $\boxed{b}$ converge uniformemente in $[3,+\infty)$ se e solo se $\lambda < 1$; $\boxed{c}$ non converge puntualmente in $[0,+\infty)$; $\boxed{d}$ converge uniformemente in $[3,+\infty)$ se $\lambda = 1$.

5. Ogni soluzione u dell'equazione differenziale $u'' - u' + u = 4$ è $\boxed{a}$ periodica; $\boxed{b}$ infinitesima a $-\infty$; $\boxed{c}$ limitata in $(-\infty,0)$; $\boxed{d}$ limitata in $(0,+\infty)$.

6. Siano $D = \left\{x \in \mathbb{R}^2 : |x| \le 1\right\}$, $\varphi : D \to \mathbb{R}$ data da $\varphi(x) = 1 - |x|^2$, $\alpha = \operatorname{area} \operatorname{graf} \varphi$ e $J = \int_0^1 \sqrt{1+4t^2}\, dt$. Allora $\boxed{a}$ $\alpha < 2\pi J$; $\boxed{b}$ $\alpha = 2\pi J$; $\boxed{c}$ $\alpha > 2\pi J$; $\boxed{d}$ $\alpha = 4\pi J$.

• **7. Matematici:** Siano $\sigma \in \mathbb{R}$, $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ e $\omega : \Omega \to (\mathbb{R}^2)^*$ data da $\omega(x,y) = \sigma y^2\, dy$ se $y > 0$ e $\omega(x,y) = 0$ altrimenti. Allora $\boxed{a}$ per ogni σ, ω è chiusa ma non esatta; $\boxed{b}$ ω è chiusa se e solo se $\sigma = 0$; $\boxed{c}$ ω è esatta per ogni σ; $\boxed{d}$ ω è esatta se e solo se $\sigma = 0$.

8. Siano $\Sigma = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 = 1\right\}$ e $\varphi : \Sigma \to \mathbb{R}$ data da $\varphi(x,y) = y$. Allora $\min \varphi$ vale $\boxed{a}$ $1/3$; $\boxed{b}$ $-1/2$; $\boxed{c}$ $-1/3$; $\boxed{d}$ $1/2$.

9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \int_0^2 e^{-xt^2}\, dt$. Allora la funzione f è $\boxed{a}$ crescente e convessa; $\boxed{b}$ decrescente e convessa; $\boxed{c}$ crescente e concava; $\boxed{d}$ decrescente e concava.

10. Per $\beta \in \mathbb{R}$ si consideri il problema di Cauchy in avanti $u' = \left((u-1)^+\right)^4$ e $u(0) = \beta$. Detta $u_\beta : [0, T_\beta) \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale, si ha $\boxed{a}$ $\forall\beta$ $T_\beta < +\infty$; $\boxed{b}$ $T_\beta < +\infty$ oppure u_β è costante; $\boxed{c}$ $\forall\beta$ $T_\beta = +\infty$; $\boxed{d}$ $\forall\beta$ u_β è strettamente monotona.

---

spazio riservato alla commissione