

Analisi B

Appello del giorno 15/09/08	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con ● è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia $g(x, y, z) = y(z^2 - x^2)$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora g a ha almeno un punto di minimo relativo; b non ha punti di massimo locale; c ha un numero finito di punti stazionari; d è limitata ma non ha minimo assoluto.
2. Sia $h : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula data di volta in volta. Allora quella non uniformemente continua è a $\sin(\ln(x+1))$; b $\sin(\sin x)$; c $\sin(e^{-x})$; d $\sin(x\sqrt{x})$.
3. Sia $\sigma : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Per $\lambda \in \mathbb{R}$ sia $S_\lambda = \{x \in \mathbb{R}^n : \sigma(x) \leq \lambda\}$. Allora a ogni S_λ è non vuoto; b se almeno un S_λ è limitato e non vuoto, σ ha minimo; c se σ è anche convessa, almeno un S_λ è vuoto; d se σ è anche convessa, ogni S_λ è limitato.
- 4. **Fisici:** Siano $A \subseteq \mathbb{R}^n$ e $f : A \rightarrow \mathbb{R}^m$ continua. Allora a se A è compatto, anche $f(A)$ lo è; b se A è limitato, anche $f(A)$ lo è; c se f è uniformemente continua, A è limitato; d se f è uniformemente continua, $f(A)$ è limitato.
5. Ogni soluzione u dell'equazione differenziale $u'' - u' + u = 4$ è a periodica; b infinitesima a $-\infty$; c limitata in $(-\infty, 0)$; d limitata in $(0, +\infty)$.
6. Siano $D = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1\}$, $\varphi : D \rightarrow \mathbb{R}$ data da $\varphi(x) = 1 - |x|^2$, $\alpha = \text{area graf } \varphi$ e $J = \int_0^1 \sqrt{1+4t^2} dt$. Allora a $\alpha < 2\pi J$; b $\alpha = 2\pi J$; c $\alpha > 2\pi J$; d $\alpha = 4\pi J$.
- 7. **Fisici:** Sia $u : (\sigma, \tau) \rightarrow \mathbb{R}$ (con $\sigma < 0 < \tau$) la soluzione massimale del problema di Cauchy completo $u' = u^2$, $u(0) = 1$. Allora a $\tau \geq 3$ e $u(3) = -1/2$; b $\tau \geq 3$ e $u(3) = -1/3$; c $\tau \geq 1/3$ e $u(1/3) = 3/2$; d $\tau \geq 1/3$ e $u(1/3) = 3$.
8. Siano $\Sigma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 = 1\}$ e $\varphi : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ data da $\varphi(x, y) = y$. Allora $\min \varphi$ vale a $1/3$; b $-1/2$; c $-1/3$; d $1/2$.
9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \int_0^2 e^{-xt^2} dt$. Allora la funzione f è a crescente e convessa; b decrescente e convessa; c crescente e concava; d decrescente e concava.
10. Per $\beta \in \mathbb{R}$ si consideri il problema di Cauchy in avanti $u' = ((u-1)^+)^4$ e $u(0) = \beta$. Detta $u_\beta : [0, T_\beta) \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione massimale, si ha a $\forall \beta \ T_\beta < +\infty$; b $T_\beta < +\infty$ oppure u_β è costante; c $\forall \beta \ T_\beta = +\infty$; d $\forall \beta \ u_\beta$ è strettamente monotona.

spazio riservato alla commissione