Strumenti di Analisi Matematica di Base — 15/09/03

♠ Per $n \in \mathbb{N}$ e $x \in [0,+\infty)$ si definisca $f_n(x) = x^n e^{-x}$ e si ponga $M_n = \sup f_n$. Allora il limite $\lim_{n\to\infty} M_n$ vale

♢ $+\infty$

♠ Sia $f(x) = (1-|x|^2)^+ \exp|x|$ per $x \in \mathbb{R}^3$. Allora

♢ f è integrabile su ogni superficie sferica

♠ La funzione $x \mapsto \int_0^{x^2} \exp(-\sqrt{y})\, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è

♢ differenziabile in 0

♠ Sia D l'intersezione del primo quadrante di $\mathbb{R}^2$ con il disco di centro $(0,0)$ e raggio 1. Allora l'integrale $\int_D xy\, dx\, dy$ vale

♢ $1/8$

♠ Sia $f(x,y) = x^4 + y^2$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Allora $(0,0)$ è per f un punto

♢ di minimo relativo

♠ Per $r > 0$ sia Σ_r la superficie sferica di centro $(0,0,0)$ e raggio r e siano $\lambda, \rho \in (0,+\infty)$. Allora la formula $\int_{\Sigma_2} f(x)\, dS(x) = \rho \int_{\Sigma_1} f(\lambda y)\, dS(y)$ è vera per ogni $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ continua se (λ, ρ) vale

♢ $(2,4)$

♠ Sia Γ il grafico della funzione $x \mapsto \cosh x$, $x \in [0,1]$. Allora la lunghezza di Γ vale

♢ $(e - e^{-1})/2$

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u'(t) = 2 + \sin u(t)$ $\forall\, t \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 0$. Allora il suo polinomio di Taylor di centro 0 e ordine 2 vale

♢ $2t + t^2$

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u^2(x) + u(x) = x^2(1 + u(x))$ $\forall\, x \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 0$. Allora, per u, il punto $x = 0$ è di

♢ minimo relativo

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Perché f sia integrabile in $[0,1]$ è sufficiente che

♢ $\exp f$ sia continua in $\mathbb{R}$