Concetti di Analisi Matematica di Base — 15/09/03

♠ Sia $x \in \mathbb{R}$. Allora la successione $\left\{x^n \tanh^2 n\right\}$ converge se e solo se
♢ $-1 < x \leq 1$

♠ Sia $a_n = (-1)^n n\sqrt{n}$ per $n \geq 1$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(1/a_n)$
♢ converge assolutamente

♠ La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|\sin x$ risulta
♢ differenziabile in 0

♠ Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Da $\lim_{x\to 0} f^2(x) = 0$ segue che esiste $\delta > 0$ tale che
♢ f è limitata in $[0,\delta]$

♠ Sia $\sum a_n$ una serie a termini reali strettamente positivi convergente. Allora il limite $\lim_{n\to\infty}(1/a_n)$
♢ è infinito

♠ Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = (1 - e^{2x})^2$ e $g(x) = \sinh 2x$. Allora il limite $\lim_{x\to 0^+} f(x)/g(x)$ vale
♢ 0

♠ Sia $\Gamma = \left\{x = (x_1, x_2) \in [0, +\infty)^2 :\ x_1^2 + x_2^2 = 4\right\}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma x_1\, ds$ vale
♢ 4

♠ Sia $B = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 \leq 2,\ z \in [0,2]\right\}$ e sia $I = \int_B z^2\, dx\, dy\, dz$. Allora il rapporto $R = I/(4\pi)$ verifica
♢ $R \leq 4$

♠ Siano $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$, $\mathbf{g}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3$ e $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tre funzioni continue verificanti le condizioni $f(x,y,z) = 1 + x - 2y - 2z + o(|(x,y,z)|)$ per $(x,y,z)\to(0,0,0)$, $\mathbf{g}(t) = (t,t,0) + o(t)$ per $t \to 0$ e $h = f \circ g$. Allora la coppia $(h(0), h'(0))$ vale
♢ $(1,-1)$

♠ Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ di classe C^1 nulla nell'origine e tale che $\nabla f(0,0) = (\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ e sia $\mathbf{r}$ il versore del vettore $(1,1)$. Allora la derivata di f in $(0,0)$ nella direzione $\mathbf{r}$ vale
♢ 3