Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 15/09/03	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia D l'intersezione del primo quadrante di $\mathbb{R}^2$ con il disco di centro $(0,0)$ e raggio 1. Allora l'integrale $\int_D xy\,dx\,dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/8$; $\boxed{\text{b}}$ $1/4$; $\boxed{\text{c}}$ $1/2$; $\boxed{\text{d}}$ $1/6$.

2. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u^2(x)+u(x)=x^2(1+u(x))$ $\forall\, x\in\mathbb{R}$ e $u(0)=0$. Allora, per u, il punto $x=0$ è di $\boxed{\text{a}}$ massimo relativo; $\boxed{\text{b}}$ minimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ flesso; $\boxed{\text{d}}$ discontinuità.

3. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Perché f sia integrabile in $[0,1]$ è sufficiente che $\boxed{\text{a}}$ f sia limitata in $[0,1]$; $\boxed{\text{b}}$ $\exp f$ sia continua in $\mathbb{R}$; $\boxed{\text{c}}$ f^2 sia di classe C^∞ in $[0,1]$; $\boxed{\text{d}}$ f^2 sia continua in $\mathbb{R}$.

4. Sia $f(x)=(1-|x|^2)^+\exp|x|$ per $x\in\mathbb{R}^3$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f non è limitata; $\boxed{\text{b}}$ f è integrabile su ogni superficie sferica; $\boxed{\text{c}}$ f è differenziabile; $\boxed{\text{d}}$ f è di classe C^1 ma non di classe C^2.

5. La funzione $x\mapsto\int_0^{x^2}\exp(-\sqrt{y})\,dy$, $x\in\mathbb{R}$, è $\boxed{\text{a}}$ monotona; $\boxed{\text{b}}$ convessa; $\boxed{\text{c}}$ dispari; $\boxed{\text{d}}$ differenziabile in 0.

6. Sia $f(x,y)=x^4+y^2$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2$. Allora $(0,0)$ è per f un punto $\boxed{\text{a}}$ di minimo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{\text{d}}$ non stazionario.

7. Per $n\in\mathbb{N}$ e $x\in[0,+\infty)$ si definisca $f_n(x)=x^ne^{-x}$ e si ponga $M_n=\sup f_n$. Allora il limite $\lim_{n\to\infty}M_n$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ $+\infty$; $\boxed{\text{d}}$ e.

8. Sia Γ il grafico della funzione $x\mapsto\cosh x$, $x\in[0,1]$. Allora la lunghezza di Γ vale $\boxed{\text{a}}$ $(e-e^{-1})/2$; $\boxed{\text{b}}$ $(e+e^{-1})/2$; $\boxed{\text{c}}$ $e/2$; $\boxed{\text{d}}$ $e^{-1}/2$.

9. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u'(t)=2+\sin u(t)$ $\forall\, t\in\mathbb{R}$ e $u(0)=0$. Allora il suo polinomio di Taylor di centro 0 e ordine 2 vale $\boxed{\text{a}}$ $1+2t+t^2$; $\boxed{\text{b}}$ $2t+t^2$; $\boxed{\text{c}}$ $2t+t^2/2$; $\boxed{\text{d}}$ $2t+2t^2$.

10. Per $r>0$ sia Σ_r la superficie sferica di centro $(0,0,0)$ e raggio r e siano $\lambda,\rho\in(0,+\infty)$. Allora la formula $\int_{\Sigma_2}f(x)\,dS(x)=\rho\int_{\Sigma_1}f(\lambda y)\,dS(y)$ è vera per ogni $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ continua se (λ,ρ) vale $\boxed{\text{a}}$ $(1,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(2,4)$; $\boxed{\text{c}}$ $(2,1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(2,8)$.

---

spazio riservato alla commissione