Concetti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 15/09/03	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Da $\lim_{x\to 0} f^2(x)=0$ segue che esiste $\delta>0$ tale che $\boxed{\text{a}}$ $f(x)\geq 0$ per $|x|<\delta$; $\boxed{\text{b}}$ f è limitata in $[0,\delta]$; $\boxed{\text{c}}$ f è continua in $[0,\delta]$; $\boxed{\text{d}}$ f è continua in $(0,\delta)$.

2. Siano $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$, $\mathbf{g}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3$ e $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tre funzioni continue verificanti le condizioni $f(x,y,z)=1+x-2y-2z+o(|(x,y,z)|)$ per $(x,y,z)\to(0,0,0)$, $\mathbf{g}(t)=(t,t,0)+o(t)$ per $t\to 0$ e $h=f\circ g$. Allora la coppia $(h(0),h'(0))$ vale $\boxed{\text{a}}$ $(1,0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1,-3)$; $\boxed{\text{c}}$ $(0,-1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(1,-1)$.

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ di classe C^1 nulla nell'origine e tale che $\nabla f(0,0)=(\sqrt{2},2\sqrt{2})$ e sia $\mathbf{r}$ il versore del vettore $(1,1)$. Allora la derivata di f in $(0,0)$ nella direzione $\mathbf{r}$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0 ; $\boxed{\text{b}}$ 1 ; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ 3 .

4. Sia $a_n=(-1)^n n\sqrt{n}$ per $n\geq 1$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(1/a_n)$ $\boxed{\text{a}}$ converge assolutamente; $\boxed{\text{b}}$ diverge; $\boxed{\text{c}}$ converge semplicemente; $\boxed{\text{d}}$ oscilla.

5. La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=|x|\sin x$ risulta $\boxed{\text{a}}$ differenziabile in 0 ; $\boxed{\text{b}}$ discontinua in 0 ; $\boxed{\text{c}}$ continua in 0 ma non differenziabile in 0 ; $\boxed{\text{d}}$ limitata in $\mathbb{R}$.

6. Sia $\sum a_n$ una serie a termini reali strettamente positivi convergente. Allora il limite $\lim_{n\to\infty}(1/a_n)$ $\boxed{\text{a}}$ non esiste; $\boxed{\text{b}}$ vale 0 ; $\boxed{\text{c}}$ è infinito; $\boxed{\text{d}}$ è finito e non nullo.

7. Sia $x\in\mathbb{R}$. Allora la successione $\{x^n\tanh^2 n\}$ converge se e solo se $\boxed{\text{a}}$ $-1<x\leq 1$; $\boxed{\text{b}}$ $x\leq 1$; $\boxed{\text{c}}$ $0<x\leq 1$; $\boxed{\text{d}}$ $|x|<1$.

8. Sia $\Gamma=\{x=(x_1,x_2)\in[0,+\infty)^2 :\ x_1^2+x_2^2=4\}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma x_1\,ds$ vale $\boxed{\text{a}}$ π ; $\boxed{\text{b}}$ 4 ; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ 2π .

9. Sia $B=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 :\ x^2+y^2\leq 2,\ z\in[0,2]\}$ e sia $I=\int_B z^2\,dx\,dy\,dz$. Allora il rapporto $R=I/(4\pi)$ verifica $\boxed{\text{a}}$ $R>4$; $\boxed{\text{b}}$ $R=0$; $\boxed{\text{c}}$ $R\leq 4$; $\boxed{\text{d}}$ $R=4$.

10. Per $x\in\mathbb{R}$ si ponga $f(x)=(1-e^{2x})^2$ e $g(x)=\sinh 2x$. Allora il limite $\lim_{x\to 0^+} f(x)/g(x)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0 ; $\boxed{\text{b}}$ 2 ; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

---

spazio riservato alla commissione