Appello del 15/06/01 – Modulo 2

♠ Il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{6(e^{x/2} - \cos x)}{\sinh 3x}$ vale

♢ 1

♠ Sia $\alpha > 0$ tale che $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1-\cos x^4)^\alpha}{\sin x} = 0$. Allora

♢ $1/\alpha < 10$

♠ Sia $T = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x, y \geq 0,\ x + y \leq 1\big\}$ e si ponga $f(x,y) = \int_0^1 xy \cosh t\, dt$ per $(x,y) \in T$. Allora

♢ $\max_T f = f(1/2, 1/2)$

♠ Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ continua e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 . Allora

♢ $g \circ f : [0,1] \to \mathbb{R}$ è uniformemente continua

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x,y) = x^2 + (y^2 - 1)^2$. Allora

♢ f ammette minimo assoluto

♠ Sia $C = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 + y^2 \leq 9\big\}$ e sia $f : C \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y) = xy^2$. Allora

♢ $\int_C f(x,y)\, dx\, dy \leq \min_C |f|$

♠ Siano $\delta > 0$ e $w : (-\delta, \delta) \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^2 tale che $w''(t) = w'(t)\, w^2(t) + t^2$ per $|t| < \delta$. Allora

♢ w è di classe C^∞

♠ L'integrale $\int_0^\pi x \sin x\, dx$ vale

♢ π

♠ Sia $v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $v(0) = 1$ e $v'(t) = \sin v(t)\ \ \forall\, t \in \mathbb{R}$. Allora v è

♢ strettamente monotona

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u''(t) + 4u(t) = 0\ \ \forall\, t \in \mathbb{R}$, $u(0) = 0$ e $u'(0) = 1$. Allora

♢ $u'(\pi) = 1$