Appello del 15/06/01 – Modulo 1

♠ Il limite $\lim_{x\to 1} \dfrac{e - e^x}{x - 1}$

♢ vale $-e$

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale verificante $|a_0| < 1$ e $|a_{n+1}| < a_n^2 \quad \forall\, n \geq 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

♢ converge assolutamente

♠ Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continue. Allora

♢ $(f + g)^2$ è continua

♠ Sia $f(x, y) = x^2 + y$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ e si consideri il suo differenziale df_P nel punto $P = (1, -1)$. Allora $df_P(h_1, h_2)$ vale

♢ $2h_1 + h_2$

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tale che $f(x) \geq x^2 - 1 \quad \forall\, x$. Allora

♢ $\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$

♠ Il limite $\lim_{t\to 0} \dfrac{\ln(1 + t)}{t}$

♢ vale 1

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lineare. Allora

♢ $\int_0^2 u(t)\, dt = 2u(1)$

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converga. Allora

♢ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3$ converge

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che $a_n = \arctan a_{n-1} \quad \forall\, n \geq 1$. Allora

♢ $\{a_n\}$ è limitata

♠ Sia $f(x, y) = xy$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ e sia $\mathbf{r} = (1, 1)/\sqrt{2}$. Allora la derivata $(\partial f/\partial r)(\sqrt{2}, 0)$ vale

♢ 1