Analisi Matematica I – Esame sul secondo modulo

Appello del giorno 15/06/01	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ continua e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1. Allora $\boxed{\text{a}}$ $g \circ f$ è di classe C^1 in $(0,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $g \circ f : [0,1] \to \mathbb{R}$ è uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ $fg : [0,1] \to \mathbb{R}$ è derivabile in $1/2$; $\boxed{\text{d}}$ $fg : [0,1] \to \mathbb{R}$ è lipschitziana.

2. Sia $v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $v(0) = 1$ e $v'(t) = \sin v(t)$ $\forall t \in \mathbb{R}$. Allora v è $\boxed{\text{a}}$ concava; $\boxed{\text{b}}$ strettamente monotona; $\boxed{\text{c}}$ costante; $\boxed{\text{d}}$ non limitata.

3. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u''(t) + 4u(t) = 0$ $\forall t \in \mathbb{R}$, $u(0) = 0$ e $u'(0) = 1$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $u(\pi) = 1$; $\boxed{\text{b}}$ $u'(\pi) = 1$; $\boxed{\text{c}}$ $u(\pi) + u'(\pi) = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $u(\pi) - u'(\pi) = 0$.

4. Sia $\alpha > 0$ tale che $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x^4)^\alpha}{\sin x} = 0$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $1/\alpha < 10$; $\boxed{\text{b}}$ $\sin\alpha \geq 1$; $\boxed{\text{c}}$ α è irrazionale; $\boxed{\text{d}}$ $\tanh \pi\alpha > 1$.

5. Sia $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x, y \geq 0, \ x + y \leq 1\}$ e si ponga $f(x,y) = \int_0^1 xy \cosh t \, dt$ per $(x,y) \in T$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\max_T f = f(1/2, 1/2)$; $\boxed{\text{b}}$ f ha esattamente un punto di minimo assoluto; $\boxed{\text{c}}$ f cambia segno; $\boxed{\text{d}}$ f non ammette minimo assoluto.

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x,y) = x^2 + (y^2 - 1)^2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f ha esattamente 4 punti stazionari; $\boxed{\text{b}}$ f ha esattamente 2 punti stazionari; $\boxed{\text{c}}$ f ammette minimo assoluto; $\boxed{\text{d}}$ f ammette massimo assoluto.

7. Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6(e^{x/2} - \cos x)}{\sinh 3x}$ vale $\boxed{\text{a}}$ 6; $\boxed{\text{b}}$ 0; $\boxed{\text{c}}$ 1; $\boxed{\text{d}}$ 12.

8. Siano $\delta > 0$ e $w : (-\delta, \delta) \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^2 tale che $w''(t) = w'(t)\, w^2(t) + t^2$ per $|t| < \delta$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\exists k \in \mathbb{N}$ tale che w non è di classe C^k; $\boxed{\text{b}}$ w è convessa in un intorno di 0; $\boxed{\text{c}}$ w è di classe C^∞; $\boxed{\text{d}}$ $w = 0$ in un intorno di 0.

9. L'integrale $\int_0^\pi x \sin x \, dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $-\pi$; $\boxed{\text{b}}$ 0; $\boxed{\text{c}}$ 1; $\boxed{\text{d}}$ π.

10. Sia $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 9\}$ e sia $f : C \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y) = xy^2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f ha un punto di massimo nell'interno di C; $\boxed{\text{b}}$ $\left|\int_C f(x,y)\, dx\, dy\right| > 0.1$; $\boxed{\text{c}}$ $\int_C f(x,y)\, dx\, dy \geq \max_C f$; $\boxed{\text{d}}$ $\int_C f(x,y)\, dx\, dy \leq \min_C |f|$.

---

spazio riservato alla commissione