Analisi Matematica I – Esame sul primo modulo

Appello del giorno 15/06/01	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f(x,y) = x^2 + y$ per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e si consideri il suo differenziale df_P nel punto $P = (1,-1)$. Allora $df_P(h_1,h_2)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2h_1 + 1$; $\boxed{\text{b}}$ $2h_1 + h_2$; $\boxed{\text{c}}$ $h_1 - h_2$; $\boxed{\text{d}}$ $(2h_1, h_2)$.

2. Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che $a_n = \arctan a_{n-1}$ $\forall n \geq 1$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\{a_n\}$ è strettamente decrescente; $\boxed{\text{b}}$ $\{a_n\}$ è limitata; $\boxed{\text{c}}$ $|a_n| < |a_{n-1}|$ $\forall n \geq 1$; $\boxed{\text{d}}$ se $a_0 \geq 0$ allora $a_n > 0$ $\forall n$.

3. Sia $f(x,y) = xy$ per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e sia $\mathbf{r} = (1,1)/\sqrt{2}$. Allora la derivata $(\partial f/\partial r)(\sqrt{2}, 0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ -1; $\boxed{\text{d}}$ $\sqrt{2}$.

4. Sia $\{a_n\}$ una successione reale verificante $|a_0| < 1$ e $|a_{n+1}| < a_n^2$ $\forall n \geq 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $\boxed{\text{a}}$ converge ma non assolutamente; $\boxed{\text{b}}$ converge assolutamente; $\boxed{\text{c}}$ oscilla; $\boxed{\text{d}}$ diverge.

5. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continue. Allora $\boxed{\text{a}}$ fg è lipschitziana; $\boxed{\text{b}}$ $\lim_{x\to 0}(f \circ g)(x) = 0$; $\boxed{\text{c}}$ $f - g$ è limitata; $\boxed{\text{d}}$ $(f+g)^2$ è continua.

6. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tale che $f(x) \geq x^2 - 1$ $\forall x$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$; $\boxed{\text{b}}$ f è monotona; $\boxed{\text{c}}$ f è positiva; $\boxed{\text{d}}$ $\exists c \in \mathbb{R} : f(c) = 0$.

7. Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{e - e^x}{x - 1}$ $\boxed{\text{a}}$ vale e; $\boxed{\text{b}}$ vale 0; $\boxed{\text{c}}$ vale $-e$; $\boxed{\text{d}}$ non esiste.

8. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lineare. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\int_0^x u(t)\,dt = xu(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\text{b}}$ $\int_0^x u(t)\,dt \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\text{c}}$ $\exists c > 0 : \int_0^c u(t)\,dt = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $\int_0^2 u(t)\,dt = 2u(1)$.

9. Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converga. Allora $\boxed{\text{a}}$ $a_n \geq 0$ $\forall n$; $\boxed{\text{b}}$ $a_n \leq 1/n$ $\forall n$; $\boxed{\text{c}}$ $\{a_n\}$ è non crescente; $\boxed{\text{d}}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3$ converge.

10. Il limite $\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{\ln(1+t)}{t}$ $\boxed{\text{a}}$ vale 1; $\boxed{\text{b}}$ vale 0; $\boxed{\text{c}}$ vale $+\infty$; $\boxed{\text{d}}$ non esiste.

---

spazio riservato alla commissione