

# Analisi B

<b>Appello del giorno</b>  <b>14/07/08</b>	<b>Cognome e nome (stampatello chiaro)</b>	<b>C.L. (M/F)</b>
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così:

L'esercizio contrassegnato con  è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia  $f(x, y, z) = \sin x \sin y \sin z$  per  $(x, y, z) \in (0, \pi)^3$ . Allora  $f$   ha esattamente un punto di massimo assoluto;  ha un punto di massimo relativo non globale;  ha un punto stazionario non di estremo;  è limitata ma non ha massimo assoluto.
2. Sia  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definita dalla formula data di volta in volta. Allora quella uniformemente continua è   $x \sin x$ ;   $x e^x \sin x$ ;   $e^{-x} \sin 1/x$ ;   $x e^{-x} \sin 1/x$ .
3. Sia  $\sigma : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Per  $\lambda \in \mathbb{R}$  sia  $S_\lambda = \{x \in \mathbb{R}^n : \sigma(x) \leq \lambda\}$ . Allora  se  $\sigma$  è continua, ogni  $S_\lambda$  è compatto;  se ogni  $S_\lambda$  è compatto,  $\sigma$  è continua;  se ogni  $S_\lambda$  è convesso,  $\sigma$  è convessa;  se  $\sigma$  è convessa, ogni  $S_\lambda$  è convesso.
- 4. **Fisici:** Siano  $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - y)^2 = 2(x + y)\}$  e  $f : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$  data dalla formula  $f(x, y) = x + y$ . Allora   $\min f = 0$ ;   $\max f = 0$ ;   $\min f$  non esiste;   $f$  ha almeno due punti di minimo.
5. Sia  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la soluzione di  $u'' + 9u = 36$ ,  $u(0) = 4$ ,  $u'(0) = 0$ . Allora  $u(\pi)$  vale  1;  3;  4;  2.
6. Sia  $I = \int_R f(x) dx$  ove  $R = [0, 2]^2$  e  $f(x) = (3|x|^2 - |x|^3 - 2|x|)^+$  per  $x \in R$ . Allora  $I = \lambda \int_\nu^2 (3\rho^{2+\sigma} - \rho^{3+\sigma} - 2\rho^{1+\sigma}) d\rho$  se  $(\nu, \lambda, \sigma)$  vale   $(1, \pi/2, 1)$ ;   $(0, \pi/2, 0)$ ;   $(0, 2\pi, 1)$ ;   $(1, 2\pi, 0)$ .
- 7. **Fisici:** Sia  $I = \int_C y^{-2} ds(x, y)$  ove  $C$  è il segmento di  $\mathbb{R}^2$  di estremi  $(2, 3)$  e  $(1, 2)$ . Allora  $I$  vale   $-1/6$ ;   $1/6$ ;   $\sqrt{2}/6$ ;   $-\sqrt{2}/6$ .
8. Sia  $\psi(x) = \sin(x^2)$  per  $x \in \mathbb{R}$ . Allora  $\psi^{(22)}(0)$  vale  0;   $22!/11!$ ;   $-22!/11!$ ;   $-1/11!$ .
9. Per  $x \in \mathbb{R}$  sia  $h(x) = \int_x^2 e^{xy^2} dy$ . Allora  $3h'(0)$  vale  11;  5;  8;  0.
10. Considerato il problema di Cauchy in avanti  $u'(t) = t(u - u^2)^+$  e  $u(0) = \alpha$ , ove  $\alpha$  è un parametro reale, e detta  $u_\alpha : [0, T_\alpha) \rightarrow \mathbb{R}$  la soluzione massimale, si ha   $\exists \alpha : T_\alpha < +\infty$ ;   $\forall \alpha T_\alpha = +\infty$  e  $u_\alpha$  è limitata;   $\exists \alpha : T_\alpha = +\infty$  ma  $u_\alpha$  non è limitata;   $\forall \alpha u_\alpha$  è strettamente monotona.

spazio riservato alla commissione