Analisi B

Appello del giorno 14/07/08	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f(x,y,z) = \sin x \sin y \sin z$ per $(x,y,z) \in (0,\pi)^3$. Allora f [a] ha esattamente un punto di massimo assoluto; [b] ha un punto di massimo relativo non globale; [c] ha un punto stazionario non di estremo; [d] è limitata ma non ha massimo assoluto.

2. Sia $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definita dalla formula data di volta in volta. Allora quella uniformemente continua è [a] $x \sin x$; [b] $xe^x \sin x$; [c] $e^{-x} \sin 1/x$; [d] $xe^{-x} \sin 1/x$.

3. Sia $\sigma : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Per $\lambda \in \mathbb{R}$ sia $S_\lambda = \{x \in \mathbb{R}^n : \sigma(x) \le \lambda\}$. Allora [a] se σ è continua, ogni S_λ è compatto; [b] se ogni S_λ è compatto, σ è continua; [c] se ogni S_λ è convesso, σ è convessa; [d] se σ è convessa, ogni S_λ è convesso.

• **4.** **Matematici:** Sia $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} x^{4n+2}/(n+1)!$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $f(-1)$ vale [a] $1 - e^{-1}$; [b] e^{-1} ; [c] $-e^{-1}$; [d] $e^{-1} - 1$.

5. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la soluzione di $u'' + 9u = 36$, $u(0) = 4$, $u'(0) = 0$. Allora $u(\pi)$ vale [a] 1 ; [b] 3 ; [c] 4 ; [d] 2 .

6. Sia $I = \int_R f(x)\,dx$ ove $R = [0,2]^2$ e $f(x) = (3|x|^2 - |x|^3 - 2|x|)^+$ per $x \in R$. Allora $I = \lambda \int_\nu^2 (3\rho^{2+\sigma} - \rho^{3+\sigma} - 2\rho^{1+\sigma})\,d\rho$ se (ν, λ, σ) vale [a] $(1, \pi/2, 1)$; [b] $(0, \pi/2, 0)$; [c] $(0, 2\pi, 1)$; [d] $(1, 2\pi, 0)$.

• **7.** **Matematici:** Sia $I = \int_C (x^2 + y^2)^{-1}(-y\,dx + x\,dy)$ ove C è il segmento di $\mathbb{R}^2$ avente primo estremo in $(0,1)$ e secondo estremo in $(1,0)$. Allora I vale [a] $\pi\sqrt{2}/2$; [b] $-\pi\sqrt{2}/2$; [c] $-\pi/2$; [d] $\pi/2$.

8. Sia $\psi(x) = \sin(x^2)$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $\psi^{(22)}(0)$ vale [a] 0 ; [b] $22!/11!$; [c] $-22!/11!$; [d] $-1/11!$.

9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $h(x) = \int_x^2 e^{xy^2}\,dy$. Allora $3h'(0)$ vale [a] 11 ; [b] 5 ; [c] 8 ; [d] 0 .

10. Considerato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t(u - u^2)^+$ e $u(0) = \alpha$, ove α è un parametro reale, e detta $u_\alpha : [0, T_\alpha) \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale, si ha [a] $\exists \alpha :\ T_\alpha < +\infty$; [b] $\forall \alpha \ \ T_\alpha = +\infty$ e u_α è limitata; [c] $\exists \alpha :\ T_\alpha = +\infty$ ma u_α non è limitata; [d] $\forall \alpha \ \ u_\alpha$ è strettamente monotona.

---

spazio riservato alla commissione