Analisi A

Appello del giorno 14/07/08	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. La funzione $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è di classe C^1 e verifica $u(x) + 2\exp u(x) = x$ per ogni x e $u(2) = 0$. Allora $u'(2)$ vale $\boxed{a}$ $1/3$; $\boxed{b}$ $1/5$; $\boxed{c}$ $1/4$; $\boxed{d}$ $1/6$.

2. Sia $z = \sin(-i)$. Allora $\boxed{a}$ $(\operatorname{Im} z)^2 = 0$; $\boxed{b}$ $|z^{-2}| = 1$; $\boxed{c}$ $(\operatorname{Re} z)^3 = 0$ e $(\operatorname{Im} z)^5 < 0$; $\boxed{d}$ $(\operatorname{Re} z)^3 = 0$ e $\operatorname{Im} z > 0$.

3. Per ogni rettangolo $R \subset \mathbb{R}^2$ si ponga $m(R) = \#(R \cap \mathbb{Z}^2) + \operatorname{area} R$, ove $\#$ significa "numero di punti di", e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y) = \alpha(x)\,\beta(y)$, ove $\alpha, \beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sono definite da: $\alpha(x) = 2$ se $x \in [0, 2]$, $\alpha(x) = -3$ se $x \in (2, 3]$, $\alpha(x) = 0$ altrimenti; $\beta(y) = 4$ se $y \in (0, 3)$, $\beta(y) = 0$ altrimenti. Allora $\int_{\mathbb{R}^2} f\,dm$ vale $\boxed{a}$ 52; $\boxed{b}$ 33; $\boxed{c}$ 36; $\boxed{d}$ 48.

4. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^5+3} \ln(1 + n^{-1})$ $\boxed{a}$ converge assolutamente; $\boxed{b}$ diverge; $\boxed{c}$ oscilla; $\boxed{d}$ converge semplicemente.

5. L'integrale $\int_0^4 \ln(1 + \sqrt{x})\,dx$ vale $\boxed{a}$ $8\ln 4 - (3/2)$; $\boxed{b}$ $15\ln 5 - 4$; $\boxed{c}$ $3\ln 3$; $\boxed{d}$ $24\ln 6 - (15/2)$.

6. Esercizio il cui testo era sbagliato $\boxed{a}$ -; $\boxed{b}$ -; $\boxed{c}$ -; $\boxed{d}$ -.

7. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $\nabla f(1, 6) = (5, 10)$ e sia $\mathbf{r}$ il versore di $(3, 4)$. Allora $(\partial f/\partial r)(1, 6)$ vale $\boxed{a}$ 55; $\boxed{b}$ 50; $\boxed{c}$ 11; $\boxed{d}$ 10.

8. Se $F(x, y, z) = (2x + y)^z$ per $(x, y, z) \in (0, +\infty)^3$, il limite $\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} F(x, y, z)$ $\boxed{a}$ vale 1; $\boxed{b}$ vale 0; $\boxed{c}$ non esiste; $\boxed{d}$ è infinito.

9. Sia $\alpha_\kappa : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $\alpha_\kappa(x) = 2x + e^{\kappa x}$ se $x > 0$ e $\alpha_\kappa(x) = 1$ se $x \le 0$, ove κ è un parametro reale. Allora α_κ è $\boxed{a}$ discontinua per almeno un valore di κ; $\boxed{b}$ continua ma non differenziabile per nessun κ; $\boxed{c}$ differenziabile per ogni κ; $\boxed{d}$ differenziabile per uno e un solo valore di κ.

10. Siano $\alpha, \beta > 0$. Allora la successione $\{(n^\alpha + 1)^\beta - n^{\alpha\beta}\}$ converge $\boxed{a}$ se e solo se $\alpha \le 1$; $\boxed{b}$ se e solo se $\beta > 1$; $\boxed{c}$ se e solo se $\beta = 1$; $\boxed{d}$ se e solo se $\beta \le 1$.

---

spazio riservato alla commissione