

## Analisi Matematica 2

<b>Prova scritta</b>  <b>13/09/11</b>	<b>Cognome e nome (stampatello chiaro)</b>	<b>C.L. (Mat/Fis)</b>
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con ● è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Per  $\alpha > 0$  sia  $f_\alpha : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f_\alpha(x) = |x|e^{-\alpha|x|}$ . Allora  a per almeno un  $\alpha$ ,  $f_\alpha$  ha massimo e non ha minimo;  b per ogni  $\alpha$ ,  $f_\alpha$  ha massimo e il punto di massimo non è unico;  c per ogni  $\alpha$ ,  $f_\alpha$  ha minimo e non ha massimo;  d per almeno un  $\alpha$ ,  $f_\alpha$  ha massimo e il punto di massimo è unico.
2. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  lipschitziana di classe  $C^1$  e sia  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $F(x) = \int_0^1 f(xy) dy$ . Allora  $F$  è  a convessa;  b uniformemente continua;  c monotona;  d limitata.
3. Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  convessa di classe  $C^2$  e sia  $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $G(x) = g(x^2)$ . Allora  $G$  è  a convessa se  $g$  è non negativa;  b convessa se  $g$  è non decrescente;  c strettamente convessa se  $g$  è strettamente convessa;  d monotona se  $g$  è monotona.
- 4. **Matematici:** Sia  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e si ponga  $f_n(x) = \varphi(x/n)$  per  $x \in \mathbb{R}$  e  $n = 1, 2, \dots$ . Allora  $\{f_n\}$  converge puntualmente  a se e solo se  $\varphi$  è continua;  b se e solo se  $\varphi$  è lipschitziana;  c se  $\varphi$  è limitata;  d se  $\varphi$  è convessa.
5. Sia  $v : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la soluzione globale del problema di Cauchy  $v'(t) = 2tv(t)$  per  $t \geq 0$  e  $v(0) = e^{-1}$ . Allora  $v(2)$  vale  a  $e^2$ ;  b  $e^{3/2}$ ;  c  $e^3$ ;  d  $e^{2/3}$ .
6. Sia  $\Gamma$  il grafico di  $\ln|_{[1,3]}$ . Allora l'integrale  $\int_\Gamma 2e^{2y}(x^2 + 1)^{-1/2} ds(x, y)$  vale  a 8;  b 3;  c 2;  d 5.
- 7. **Matematici:** Si ponga  $A = (0, 0, 0)$ ,  $B = (1, 2, 3)$ ,  $C = (2, 3, 1)$  e  $P = [A, B, C]$ . Allora l'integrale  $\int_P y dx + x dy + dz$  vale  a 7;  b 5;  c 3;  d 9.
8. Sia  $C$  la circonferenza  $x^2 + y^2 = 1$  e sia  $f : C \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x, y) = x + y^2$ . Allora  a  $f$  non ha massimo;  b  $f$  non ha minimo;  c  $f$  ha massimo e  $\max f \neq 1$ ;  d  $f$  ha massimo e minimo e  $\max f = 1$ .
9. La formula  $x^3(\ln(1 + x^3) - 3 \ln x) = 1 + \alpha x^{-3} + o(x^{-3})$  per  $x \rightarrow +\infty$  è vera se  $\alpha$  vale  a 1/2;  b -1/2;  c 2;  d -2.
10. Sia  $u$  la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti  $u'(t) = u^2(t) \sin u(t)$  e  $u(0) = -3\pi/2$ . Allora  a  $u$  non è globale;  b  $u$  è globale e crescente;  c  $u$  è globale e decrescente;  d  $u$  è globale e periodica.

spazio riservato alla commissione