Analisi Matematica 2

Prova scritta 13/09/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Per $\alpha > 0$ sia $f_\alpha : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data da $f_\alpha(x) = |x|e^{-\alpha|x|}$. Allora $\boxed{\text{a}}$ per almeno un α , f_α ha massimo e non ha minimo; ■ per ogni α , f_α ha massimo e il punto di massimo non è unico; $\boxed{\text{c}}$ per ogni α , f_α ha minimo e non ha massimo; $\boxed{\text{d}}$ per almeno un α , f_α ha massimo e il punto di massimo è unico.

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lipschitziana di classe C^1 e sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^1 f(xy)\,dy$. Allora F è $\boxed{\text{a}}$ convessa; ■ uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ monotona; $\boxed{\text{d}}$ limitata.

3. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ convessa di classe C^2 e sia $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $G(x) = g(x^2)$. Allora G è $\boxed{\text{a}}$ convessa se g è non negativa; ■ convessa se g è non decrescente; $\boxed{\text{c}}$ strettamente convessa se g è strettamente convessa; $\boxed{\text{d}}$ monotona se g è monotona.

• **4. Fisici:** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^2 \exp(-x^3)$. Allora $f^{(92)}(0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $62!/20!$; $\boxed{\text{b}}$ $62!/30!$; ■ $92!/30!$; $\boxed{\text{d}}$ $92!/20!$.

5. Sia $v : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy $v'(t) = 2tv(t)$ per $t \geq 0$ e $v(0) = e^{-1}$. Allora $v(2)$ vale $\boxed{\text{a}}$ e^2 ; $\boxed{\text{b}}$ $e^{3/2}$; ■ e^3 ; $\boxed{\text{d}}$ $e^{2/3}$.

6. Sia Γ il grafico di $\ln|_{[1,3]}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma 2e^{2y}(x^2+1)^{-1/2}\,ds(x,y)$ vale ■ 8 ; $\boxed{\text{b}}$ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ 5 .

• **7. Fisici:** Sia $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; y \geq 0,\; x^2+y^2 \geq 1,\; 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$. Allora il volume di B vale ■ $9\pi/4$; $\boxed{\text{b}}$ $5\pi/3$; $\boxed{\text{c}}$ $7\pi/5$; $\boxed{\text{d}}$ $4\pi/9$.

8. Sia C la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ e sia $f : C \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = x + y^2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f non ha massimo; $\boxed{\text{b}}$ f non ha minimo; ■ f ha massimo e $\max f \neq 1$; $\boxed{\text{d}}$ f ha massimo e minimo e $\max f = 1$.

9. La formula $x^3\big(\ln(1+x^3) - 3\ln x\big) = 1 + \alpha x^{-3} + o(x^{-3})$ per $x \to +\infty$ è vera se α vale $\boxed{\text{a}}$ $1/2$; ■ $-1/2$; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ -2 .

10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^2(t)\sin u(t)$ e $u(0) = -3\pi/2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ u non è globale; ■ u è globale e crescente; $\boxed{\text{c}}$ u è globale e decrescente; $\boxed{\text{d}}$ u è globale e periodica.

---

spazio riservato alla commissione