Analisi Matematica 2

Prova scritta **13/09/11**	**Cognome e nome (stampatello chiaro)**	**C.L. (Mat/Fis)**

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Per $\alpha > 0$ sia $f_\alpha : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data da $f_\alpha(x) = |x|e^{-\alpha|x|}$. Allora $\boxed{\text{a}}$ per almeno un α , f_α ha massimo e non ha minimo; $\boxed{\text{b}}$ per ogni α , f_α ha massimo e il punto di massimo non è unico; $\boxed{\text{c}}$ per ogni α , f_α ha minimo e non ha massimo; $\boxed{\text{d}}$ per almeno un α , f_α ha massimo e il punto di massimo è unico.

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lipschitziana di classe C^1 e sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^1 f(xy)\,dy$. Allora F è $\boxed{\text{a}}$ convessa; $\boxed{\text{b}}$ uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ monotona; $\boxed{\text{d}}$ limitata.

3. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ convessa di classe C^2 e sia $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $G(x) = g(x^2)$. Allora G è $\boxed{\text{a}}$ convessa se g è non negativa; $\boxed{\text{b}}$ convessa se g è non decrescente; $\boxed{\text{c}}$ strettamente convessa se g è strettamente convessa; $\boxed{\text{d}}$ monotona se g è monotona.

• **4. Matematici:** Sia $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e si ponga $f_n(x) = \varphi(x/n)$ per $x \in \mathbb{R}$ e $n = 1, 2, \ldots$. Allora $\{f_n\}$ converge puntualmente $\boxed{\text{a}}$ se e solo se φ è continua; $\boxed{\text{b}}$ se e solo se φ è lipschitziana; $\boxed{\text{c}}$ se φ è limitata; $\boxed{\text{d}}$ se φ è convessa.

5. Sia $v : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy $v'(t) = 2tv(t)$ per $t \geq 0$ e $v(0) = e^{-1}$. Allora $v(2)$ vale $\boxed{\text{a}}$ e^2 ; $\boxed{\text{b}}$ $e^{3/2}$; $\boxed{\text{c}}$ e^3 ; $\boxed{\text{d}}$ $e^{2/3}$.

6. Sia Γ il grafico di $\ln|_{[1,3]}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma 2e^{2y}(x^2+1)^{-1/2}\,ds(x, y)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 8 ; $\boxed{\text{b}}$ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ 5 .

• **7. Matematici:** Si ponga $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 2, 3)$, $C = (2, 3, 1)$ e $P = [A, B, C]$. Allora l'integrale $\int_P y\,dx + x\,dy + dz$ vale $\boxed{\text{a}}$ 7 ; $\boxed{\text{b}}$ 5 ; $\boxed{\text{c}}$ 3 ; $\boxed{\text{d}}$ 9 .

8. Sia C la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ e sia $f : C \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x + y^2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f non ha massimo; $\boxed{\text{b}}$ f non ha minimo; $\boxed{\text{c}}$ f ha massimo e $\max f \neq 1$; $\boxed{\text{d}}$ f ha massimo e minimo e $\max f = 1$.

9. La formula $x^3\big(\ln(1 + x^3) - 3\ln x\big) = 1 + \alpha x^{-3} + o(x^{-3})$ per $x \to +\infty$ è vera se α vale $\boxed{\text{a}}$ $1/2$; $\boxed{\text{b}}$ $-1/2$; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ -2 .

10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^2(t)\sin u(t)$ e $u(0) = -3\pi/2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ u non è globale; $\boxed{\text{b}}$ u è globale e crescente; $\boxed{\text{c}}$ u è globale e decrescente; $\boxed{\text{d}}$ u è globale e periodica.

---

spazio riservato alla commissione