

Analisi Matematica 2

Prova scritta 13/09/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con ● è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Per $\alpha > 0$ sia $f_\alpha : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f_\alpha(x) = |x|e^{-\alpha|x|}$. Allora a per almeno un α , f_α ha massimo e non ha minimo; b per ogni α , f_α ha massimo e il punto di massimo non è unico; c per ogni α , f_α ha minimo e non ha massimo; d per almeno un α , f_α ha massimo e il punto di massimo è unico.
2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ lipschitziana di classe C^1 e sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^1 f(xy) dy$. Allora F è a convessa; b uniformemente continua; c monotona; d limitata.
3. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ convessa di classe C^2 e sia $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $G(x) = g(x^2)$. Allora G è a convessa se g è non negativa; b convessa se g è non decrescente; c strettamente convessa se g è strettamente convessa; d monotona se g è monotona.
- 4. **Fisici:** Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^2 \exp(-x^3)$. Allora $f^{(92)}(0)$ vale a $62!/20!$; b $62!/30!$; c $92!/30!$; d $92!/20!$.
5. Sia $v : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy $v'(t) = 2tv(t)$ per $t \geq 0$ e $v(0) = e^{-1}$. Allora $v(2)$ vale a e^2 ; b $e^{3/2}$; c e^3 ; d $e^{2/3}$.
6. Sia Γ il grafico di $\ln|_{[1,3]}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma 2e^{2y}(x^2 + 1)^{-1/2} ds(x, y)$ vale a 8; b 3; c 2; d 5.
- 7. **Fisici:** Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0, x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$. Allora il volume di B vale a $9\pi/4$; b $5\pi/3$; c $7\pi/5$; d $4\pi/9$.
8. Sia C la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ e sia $f : C \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x + y^2$. Allora a f non ha massimo; b f non ha minimo; c f ha massimo e $\max f \neq 1$; d f ha massimo e minimo e $\max f = 1$.
9. La formula $x^3(\ln(1 + x^3) - 3 \ln x) = 1 + \alpha x^{-3} + o(x^{-3})$ per $x \rightarrow +\infty$ è vera se α vale a $1/2$; b $-1/2$; c 2; d -2.
10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^2(t) \sin u(t)$ e $u(0) = -3\pi/2$. Allora a u non è globale; b u è globale e crescente; c u è globale e decrescente; d u è globale e periodica.

spazio riservato alla commissione