Analisi A

Appello del giorno 13/02/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Siano $a, b \in \mathbb{R}$ tali che $\sqrt{1 + \sin\ln(1+x)} = a + bx + o(x)$ per $x \to 0$. Allora $3a + 2b$ vale ■ 4; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 5; $\boxed{\text{d}}$ 2.

2. Il numero delle soluzioni complesse dell'equazione $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ verificanti $\operatorname{Im} z \geq 0$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 1; ■ 2.

3. Il limite $\lim_{n\to\infty} n^6 \sinh^2(4/n^3)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 2; $\boxed{\text{b}}$ 8; ■ 16; $\boxed{\text{d}}$ 4.

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \sin x - x/(1+x)$ se $x > 0$ e $f(x) = \cos(x + \pi/2)$ se $x \leq 0$. Allora f è: $\boxed{\text{a}}$ discontinua in 0; $\boxed{\text{b}}$ monotona; $\boxed{\text{c}}$ differenziabile in 0; ■ continua ma non differenziabile in 0.

5. Sia $\mathbf{f}(x,y,z) = \big(\exp(x^2+y^2+z^2), x^2+\arctan(y^2)+\sin(z^3\ln(z^2+1)), 0\big)$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Allora $(\partial\mathbf{f}/\partial y)(1,1,1)$ vale ■ $(2e^3, 1, 0)$; $\boxed{\text{b}}$ $2e^3+1$; $\boxed{\text{c}}$ $(2e, 1, 0)$; $\boxed{\text{d}}$ $2e+1$.

6. Sia $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 + y^2 = 4,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma xy^2\, ds$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/3$; $\boxed{\text{b}}$ 0; $\boxed{\text{c}}$ $8/3$; ■ $16/3$.

7. Sia S la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^\lambda + n^4}{n^6 + \sin(n!\lambda)}$ ove λ è un parametro reale. Allora $\boxed{\text{a}}$ S converge per almeno un λ e diverge per almeno un λ; ■ S converge per ogni λ; $\boxed{\text{c}}$ S diverge per ogni λ; $\boxed{\text{d}}$ S converge se e solo se $\lambda > 0$.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x,y) = (1/y)\exp(-1/x^2)$ se $x \neq 0$ e $y \neq 0$, $f(x,y) = 0$ altrimenti. Allora l'insieme dei punti di discontinuità di f è $\boxed{\text{a}}$ costituito dalla sola origine; $\boxed{\text{b}}$ l'asse x privato dell'origine; ■ l'asse x; $\boxed{\text{d}}$ l'asse y.

9. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tale che $\nabla f(1,1,0) = (2,4,-1)$ e sia $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\phi(t) = (\cos t, (1+t)^2, e^t - 1)$. Allora $(f \circ \phi)'(0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 14; ■ 7; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 6 & 12 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x) = 2$ se $x < 0$, $f(x) = x^3$ se $0 < x \leq 1$, $f(x) = x^2$ se $x > 1$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ discontinua in almeno un punto; $\boxed{\text{b}}$ monotona; $\boxed{\text{c}}$ differenziabile; ■ continua ma non ovunque differenziabile.

---

spazio riservato alla commissione