

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 13/02/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ la soluzione massimale del problema di Cauchy completo $u'(t) = t^2 \tanh(tu(t))$ e $u(0) = 1$. Allora u è a monotona; b limitata; c convessa; d concava.
2. Sia $I = \int_B 2^z \sin \frac{y}{x} dx dy dz$ ove B è l'insieme dei punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq \pi x$, $0 \leq z \leq 1$. Allora I vale a 1; b $2 \ln 2$; c $2/\ln 2$; d $1/\ln 2$.
3. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \tanh x$ se $x \leq 0$ e $f(x) = \sqrt{x}$ se $x > 0$ risulta a limitata; b lipschitziana; c uniformemente continua; d concava.
4. L'integrale $\int_1^2 \ln^2 x dx$ vale a 2; b 0; c $4 \ln 2$; d $2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2$.
5. Sia $f(x) = (\sin x)^3 - \sin(x^3)$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora a esiste un intorno di 0 in cui f decresce; b 0 è un punto di massimo relativo per f ; c esiste un intorno di 0 in cui f cresce; d 0 è un punto di minimo relativo per f .
6. Sia $\{x_n\}$ una successione reale tale che la successione $\{|x_n|\}$ sia monotona e limitata. Allora a la serie $\sum_{n=1}^{\infty} x_n/n$ converge; b $\{x_n\}$ converge; c $\{x_n\}$ è monotona; d $\{x_n\}$ ha una sottosuccessione monotona convergente.
7. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \cos(1 - e^x)$ se $x > 0$ e da $f(x) = 0$ se $x \leq 0$ risulta a di classe C^∞ ; b di classe C^1 e non di classe C^2 ; c di classe C^2 e non di classe C^3 ; d non differenziabile in 0.
8. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \int_{-1}^1 \exp(-xy^2) dy$ vale a 0; b 1; c 2; d -1.
9. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 1/|x|$ se $x \neq 0$ e $f(0) = 0$. Allora esiste l'integrale secondo Riemann $\int_B f(x) dm$ se a $B = \{x : |x - \mathbf{e}_1| \leq 1\}$ e $dm = dx$; b $B = \{x : |x - \mathbf{e}_1| < 1\}$ e $dm = dx$; c $B = \{t\mathbf{e}_1 : t \in [0, 1]\}$ e $dm = ds$; d $B = \{x : |x| = 1\}$ e $dm = dS$.
10. Sia $f(x, y, z) = \sin(xz)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora l'origine è per f un punto a non stazionario; b di minimo relativo; c non di estremo relativo; d di massimo relativo.

spazio riservato alla commissione