Analisi A

Appello del giorno 13/02/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Siano $a, b \in \mathbb{R}$ tali che $\sqrt{1 + \sin \ln(1+x)} = a + bx + o(x)$ per $x \to 0$. Allora $3a + 2b$ vale [a] 4; [b] 1; [c] 5; [d] 2.

2. Il numero delle soluzioni complesse dell'equazione $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ verificanti $\operatorname{Im} z \geq 0$ vale [a] 0; [b] 3; [c] 1; [d] 2.

3. Il limite $\lim_{n\to\infty} n^6 \sinh^2(4/n^3)$ vale [a] 2; [b] 8; [c] 16; [d] 4.

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \sin x - x/(1+x)$ se $x > 0$ e $f(x) = \cos(x + \pi/2)$ se $x \leq 0$. Allora f è: [a] discontinua in 0; [b] monotona; [c] differenziabile in 0; [d] continua ma non differenziabile in 0.

5. Sia $\mathbf{f}(x, y, z) = \big(\exp(x^2+y^2+z^2), x^2+\arctan(y^2)+\sin(z^3 \ln(z^2+1)), 0\big)$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora $(\partial \mathbf{f}/\partial y)(1, 1, 1)$ vale [a] $(2e^3, 1, 0)$; [b] $2e^3 + 1$; [c] $(2e, 1, 0)$; [d] $2e + 1$.

6. Sia $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 = 4, \, x \geq 0, \, y \geq 0\}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma xy^2 \, ds$ vale [a] $1/3$; [b] 0; [c] $8/3$; [d] $16/3$.

7. Sia S la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^\lambda + n^4}{n^6 + \sin(n!\lambda)}$ ove λ è un parametro reale. Allora [a] S converge per almeno un λ e diverge per almeno un λ; [b] S converge per ogni λ; [c] S diverge per ogni λ; [d] S converge se e solo se $\lambda > 0$.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x, y) = (1/y) \exp(-1/x^2)$ se $x \neq 0$ e $y \neq 0$, $f(x, y) = 0$ altrimenti. Allora l'insieme dei punti di discontinuità di f è [a] costituito dalla sola origine; [b] l'asse x privato dell'origine; [c] l'asse x; [d] l'asse y.

9. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tale che $\nabla f(1, 1, 0) = (2, 4, -1)$ e sia $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\phi(t) = (\cos t, (1+t)^2, e^t - 1)$. Allora $(f \circ \phi)'(0)$ vale [a] 14; [b] 7; [c] $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$; [d] $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 6 & 12 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x) = 2$ se $x < 0$, $f(x) = x^3$ se $0 < x \leq 1$, $f(x) = x^2$ se $x > 1$. Allora f è [a] discontinua in almeno un punto; [b] monotona; [c] differenziabile; [d] continua ma non ovunque differenziabile.

---

spazio riservato alla commissione