Concetti di Analisi Matematica di Base — 13/02/02

♠ Sia $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ una serie reale divergente a termini strettamente positivi. Allora
♢ la successione delle ridotte della serie data è monotona

♠ Sapendo che una successione reale $\{a_n\}$ verifica una e una sola delle proprietà elencate di seguito, dire quale.
♢ $\{a_n\}$ è limitata

♠ La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\arctan n)/n$
♢ converge semplicemente

♠ Sia $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x,y) = \sin x \sin y$ se $xy < 0$ e $f(x,y) = 1$ se $xy \geq 0$. Allora
♢ f è integrabile in $[1,2]^2$

♠ Sia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $f(x) = 6 + o(1)$ per $x \to 2$. Allora
♢ $\lim_{x\to 2} f(x) = 6$

♠ Siano $\delta > 0$, $I = (\pi - \delta, \pi + \delta)$ e $u : I \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u(\pi) = \pi$ e $u^2(x) + \sin x = x^2 \quad \forall\, x \in I$. Allora $2\pi u'(\pi)$ risulta
♢ > 1

♠ Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita dalla formula $\mathbf{f}(x,y) = (3x^2 + y, 5x)$ e sia L il suo differenziale in $(1,2)$. Allora, per $\mathbf{h} = (h_1,h_2) \in \mathbb{R}^2$, $L\mathbf{h}$ vale
♢ $(6h_1 + h_2, 5h_1)$

♠ Sia $V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e si ponga $f(t) = V(\sin t, 2 + t^3, e^t)$ per $t \in \mathbb{R}$. Se $\nabla V(0,2,1) = (1,1,1)$ allora $f'(0)$ vale
♢ 2

♠ Sia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e si supponga f integrabile secondo Riemann in $[0,1]$. Allora
♢ f è limitata in $[0,1/2]$

♠ Sia S la superficie sferica di centro $(0,0,0)$ e raggio R e sia $f : S \to \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + \sinh x$. Allora l'integrale $\int_S f\, dS$ vale
♢ $4\pi R^4$