# Concetti di Analisi Matematica di Base

| Appello del giorno 13/02/02 | Cognome e nome (stampatello) | C.L. (M/F) |
|---|---|---|
| | | |

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **2 ore.**

---

**1.** Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x,y) = \sin x \sin y$ se $xy < 0$ e $f(x,y) = 1$ se $xy \geq 0$. Allora [a] $f$ è continua in $(0,0)$; [b] $f$ è discontinua in $(-\pi, \pi)$; [c] $f$ non è differenziabile in $(-\pi, \pi)$; [d] $f$ è integrabile in $[1,2]^2$.

**2.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e si supponga $f$ integrabile secondo Riemann in $[0,1]$. Allora [a] $f$ è continua in $[0,1]$; [b] $f$ è limitata in $[0,1/2]$; [c] il limite $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ esiste finito; [d] $f$ è differenziabile in $1/2$.

**3.** Sia $S$ la superficie sferica di centro $(0,0,0)$ e raggio $R$ e sia $f : S \to \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + \sinh x$. Allora l'integrale $\int_S f\,dS$ vale [a] $4\pi R^2$; [b] $0$; [c] $4\pi R^4$; [d] $(4/3)\pi R^3$.

**4.** Sapendo che una successione reale $\{a_n\}$ verifica una e una sola delle proprietà elencate di seguito, dire quale. [a] $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge; [b] $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 0$; [c] $\{a_n\}$ è limitata; [d] $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

**5.** La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\arctan n)/n$ [a] oscilla; [b] diverge; [c] converge semplicemente; [d] converge assolutamente.

**6.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $f(x) = 6 + o(1)$ per $x \to 2$. Allora [a] $\lim_{x\to 2} f(x) = 6$; [b] $\lim_{x\to 6} f(x) = 2$; [c] $f$ è continua in $2$; [d] $f'(2) = 0$.

**7.** Sia $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ una serie reale divergente a termini strettamente positivi. Allora [a] $\sum_{n=1}^{\infty} (1/a_n)$ converge; [b] $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ non converge; [c] $\lim_{n\to\infty} a_n$ esiste ed è $\neq 0$; [d] la successione delle ridotte della serie data è monotona.

**8.** Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita dalla formula $\mathbf{f}(x,y) = (3x^2 + y, 5x)$ e sia $L$ il suo differenziale in $(1,2)$. Allora, per $\mathbf{h} = (h_1, h_2) \in \mathbb{R}^2$, $L\mathbf{h}$ vale [a] $(6h_1 + h_2, 5h_1)$; [b] $6h_1 + h_2$; [c] $(3h_1^2 + h_2, 5h_1)$; [d] $(11h_1, h_2)$.

**9.** Sia $V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ di classe $C^1$ e si ponga $f(t) = V(\sin t, 2 + t^3, e^t)$ per $t \in \mathbb{R}$. Se $\nabla V(0,2,1) = (1,1,1)$ allora $f'(0)$ vale [a] $1$; [b] $2$; [c] $3$; [d] $4$.

**10.** Siano $\delta > 0$, $I = (\pi - \delta, \pi + \delta)$ e $u : I \to \mathbb{R}$ di classe $C^1$ tale che $u(\pi) = \pi$ e $u^2(x) + \sin x = x^2 \ \ \forall\, x \in I$. Allora $2\pi u'(\pi)$ risulta [a] $= 0$; [b] $= -1$; [c] $= 1$; [d] $> 1$.

---

**spazio riservato alla commissione**