## Strumenti di Analisi Matematica di Base — 12/07/04

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 0$ se $x \leq 0$ e $f(x) = x^4$ se $x > 0$. Allora il massimo degli interi $k$ tale che $f$ sia di classe $C^k$ vale

♢ 3

♠ Sia $B = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ x_2 \geq 0, \ |x| \leq \pi\}$. Allora l'integrale $\int_B \sin |x| \, dx$ vale

♢ $\pi^2$

♠ Sia $u : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y, z) = (x - 1)(y - 1) + 4$. Allora, per $u$, il punto $(1, 1, 2)$ è

♢ stazionario ma non di estremo relativo

♠ Sia $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = \cos u(t)$ e $u(0) = -\pi/4$. Allora $u$ è

♢ monotona

♠ Sia $\Gamma$ il grafico della funzione $x \mapsto \cosh x$, $x \in [0, 1]$. Allora la lunghezza di $\Gamma$ vale

♢ $\sinh 1$

♠ La funzione $f(x) = \int_3^x \exp(y^5) \, dy$, $x \in \mathbb{R}$, risulta

♢ convessa

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x) = 1/x$ se $0 < |x| < 1$, $f(x) = \sin(\pi x/2)$ se $|x| \geq 1$ e $f(0) = 0$. Allora $f$ è

♢ integrabile in $[-2, -1/2]$

♠ Perché $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia lipschitziana è

♢ sufficiente che $g$ sia differenziabile con derivata limitata

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Allora la formula $(d/dx) \int_0^1 f(x, y) \, dy = \int_0^1 (\partial/\partial x) f(x, y) \, dy$ è corretta se

♢ $f(x, y) = \int_2^4 g(x, y, z) \, dz$ con $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ di classe $C^3$

♠ La funzione $f(x) = |x|^{2/3} \sinh(|x|^{3/4})$, $x \in \mathbb{R}$, è

♢ uniformemente continua in ogni intervallo aperto limitato