Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 12/07/04	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = \cos u(t)$ e $u(0) = -\pi/4$. Allora u è $\boxed{\text{a}}$ convessa; $\boxed{\text{b}}$ periodica; $\boxed{\text{c}}$ monotona; $\boxed{\text{d}}$ concava.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Allora la formula $(d/dx) \int_0^1 f(x,y)\,dy = \int_0^1 (\partial/\partial x) f(x,y)\,dy$ è corretta se $\boxed{\text{a}}$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ la funzione $y \mapsto f(x,y)$ è di classe C^1 in $\mathbb{R}$; $\boxed{\text{b}}$ per ogni $y \in \mathbb{R}$ la funzione $x \mapsto f(x,y)$ è di classe C^1 in $\mathbb{R}$; $\boxed{\text{c}}$ $f(x,y) = \int_2^4 g(x,y,z)\,dz$ con $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ di classe C^3; $\boxed{\text{d}}$ f è continua in $\mathbb{R}^2$.

3. La funzione $f(x) = |x|^{2/3} \sinh(|x|^{3/4})$, $x \in \mathbb{R}$, è $\boxed{\text{a}}$ continua ma non differenziabile in 0; $\boxed{\text{b}}$ discontinua in 0; $\boxed{\text{c}}$ periodica; $\boxed{\text{d}}$ uniformemente continua in ogni intervallo aperto limitato.

4. Sia $B = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 :\ x_2 \geq 0,\ |x| \leq \pi\}$. Allora l'integrale $\int_B \sin|x|\,dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ 2π; $\boxed{\text{b}}$ $(\pi^2/2) - \pi$; $\boxed{\text{c}}$ π; $\boxed{\text{d}}$ π^2.

5. Sia $u : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y,z) = (x-1)(y-1) + 4$. Allora, per u, il punto $(1,1,2)$ è $\boxed{\text{a}}$ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ non stazionario; $\boxed{\text{d}}$ di minimo relativo.

6. Sia Γ il grafico della funzione $x \mapsto \cosh x$, $x \in [0,1]$. Allora la lunghezza di Γ vale $\boxed{\text{a}}$ $\sinh 1 - 1$; $\boxed{\text{b}}$ $\cosh 1 - 1$; $\boxed{\text{c}}$ $\cosh 1$; $\boxed{\text{d}}$ $\sinh 1$.

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 0$ se $x \leq 0$ e $f(x) = x^4$ se $x > 0$. Allora il massimo degli interi k tale che f sia di classe C^k vale $\boxed{\text{a}}$ 4; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 1; $\boxed{\text{d}}$ 5.

8. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x) = 1/x$ se $0 < |x| < 1$, $f(x) = \sin(\pi x/2)$ se $|x| \geq 1$ e $f(0) = 0$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ discontinua in -1; $\boxed{\text{b}}$ continua; $\boxed{\text{c}}$ integrabile in $[-2, -1/2]$; $\boxed{\text{d}}$ integrabile in $[-1/3, 1/3]$.

9. Perché $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia lipschitziana è $\boxed{\text{a}}$ necessario che g sia continua e limitata; $\boxed{\text{b}}$ sufficiente che g sia continua e limitata; $\boxed{\text{c}}$ sufficiente che g sia differenziabile con derivata limitata; $\boxed{\text{d}}$ necessario che g sia differenziabile con derivata limitata.

10. La funzione $f(x) = \int_3^x \exp(y^5)\,dy$, $x \in \mathbb{R}$, risulta $\boxed{\text{a}}$ limitata; $\boxed{\text{b}}$ lipschitziana; $\boxed{\text{c}}$ concava; $\boxed{\text{d}}$ convessa.

---

spazio riservato alla commissione