Analisi A

Appello del giorno 12/02/07	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Il limite $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \tanh(x^2+y^2)/(x^4+y^4)$ [a] vale $+\infty$; [b] vale 1 ; [c] non esiste; [d] vale 0 .

2. Se $E \subseteq \mathbb{R}$ è un intervallo, si ponga $m(E) = \text{lungh}(E \cap (-3,1)) + \int_{E\cap(0,2)} x\,dx$ e si consideri lo spazio elementare di misura $(\mathbb{R}, \mathcal{E}, m)$, ove $\mathcal{E}$ è il semianello degli intervalli. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = 8$ se $x \in (0,1)$, $f(x) = -2$ se $x \in (1,4)$ e $f(x) = 0$ altrimenti. Allora l'integrale $\int_{\mathbb{R}} f(x)\,dm$ vale [a] 5 ; [b] 6 ; [c] 8 ; [d] 9 .

3. Posto $a_n = (2e)^n/n!$ per $n > 0$ intero, il limite $\lim_{n\to\infty}(1+a_n)^n(1+\cosh 2^{-n})^2$ vale [a] 5 ; [b] 2 ; [c] 4 ; [d] $+\infty$.

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \sin x^3/\sinh x$ se $x > 0$ e $f(x) = 0$ se $x \le 0$. Allora f è: [a] continua ma non differenziabile; [b] non limitata; [c] discontinua; [d] differenziabile.

5. Il limite destro $\lim_{x\to 0^+} \left\{(1+x^5)^{2/3} - 1\right\} / \left\{x \sin x^4\right\}$ vale [a] $2/3$; [b] $1/3$; [c] 1 ; [d] $4/3$.

6. Per $\alpha > 0$ si ponga $I(\alpha) = \int_\alpha^{1/3} v^{-1/2} \arctan v^{1/2}\,dv$. Allora $\lim_{\alpha\to 0} I(\alpha)$ vale [a] $2\pi/\sqrt{3} - \ln(4/3)$; [b] $\pi\sqrt{3}/9 - \ln 4$; [c] $2\pi/\sqrt{3} - \ln 4$; [d] $\pi\sqrt{3}/9 - \ln(4/3)$.

7. Sia S la serie $\sum_{n=1}^\infty a_n/b_n$ ove $a_n = (1+n^{-1})^{n+2}$ e $b_n = 1 + (-1)^n n^{-3}$. Allora S [a] converge assolutamente; [b] diverge; [c] converge semplicemente; [d] oscilla.

8. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u(x) + u^5(x) = x^4 + 1$ per ogni x e $u(1) = 1$. Allora $u'(1)$ vale [a] $3/2$; [b] 0 ; [c] $2/3$; [d] 1 .

9. Sia $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $h(x) < 0$ se $|x| < 5$, $h(x) > 0$ se $|x| > 5$ e $\nabla h(-3,4) = (a,b) \neq (0,0)$. Allora [a] $b < 0$; [b] $a < 0$; [c] $ab > 0$; [d] $ab = 0$.

10. Se $z = e^{i\pi/2} + 2e^{i\pi}$, allora $10\,\text{Im}(1/z)$ vale [a] -4 ; [b] 2 ; [c] 4 ; [d] -2 .

---

spazio riservato alla commissione