Appello del 12/02/01 – Modulo 1

♠ Una successione reale $\{a_n\}$ verifica $a_{n+7} = a_n$ per ogni n . Allora essa

♢ è limitata

♠ Si consideri la successione definita dalla formula $a_n = n^{-3/2} \cos n\pi$ per $n > 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

♢ converge

♠ Sia $c \in (0, +\infty)$ e si consideri la successione definita dalla formula $a_n = c^n - c^{-n}$. Allora la successione $\{a_n\}$

♢ non oscilla

♠ Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni reali e si supponga che le serie $\sum_n a_n$ e $\sum_n (a_n + b_n)$ convergano. Allora

♢ la serie $\sum_n b_n$ converge

♠ Sia $f : [0,1) \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = x^{e-3} \sin x$ se $x \in (0,1)$ e $f(0) = 0$. Allora

♢ f è continua

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e pari. Allora è nullo l'integrale

♢ $\int_{-1}^{1} f(x) f'(x)\, dx$

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $\nabla f(0,0) = (2,4)$ e sia $\lambda = \partial f(0,0)/\partial r$ la derivata di f in $(0,0)$ nella direzione del versore $r = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Allora $\lambda/\sqrt{2}$ vale

♢ 3

♠ Il limite $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$ vale

♢ vale 1

♠ Sia $f(x,y) = x^2 + y$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, e sia L il suo differenziale in $P = (3,1)$. Allora, per ogni $(h_1, h_2) \in \mathbb{R}^2$, il valore $L(h_1, h_2)$ è dato dalla formula

♢ $6h_1 + h_2$

♠ Siano S la superficie sferica di raggio R e centro l'origine e $f : S \to \mathbb{R}$ una funzione integrabile tale che $|f(x)| < 1$ per ogni $x \in S$. Allora

♢ $\int_S f(x)\, dS \leq 4\pi R^2$