Analisi Matematica I – Esame sul primo modulo

Appello del giorno 12/02/01	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **2 ore.**

---

1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni reali e si supponga che le serie $\sum_n a_n$ e $\sum_n (a_n + b_n)$ convergano. Allora [a] la serie $\sum_n b_n$ converge; [b] la serie $\sum_n b_n$ diverge; [c] la serie $\sum_n b_n$ oscilla; [d] nulla si può concludere sulla serie $\sum_n b_n$.

2. Sia $f(x,y) = x^2 + y$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, e sia L il suo differenziale in $P = (3,1)$. Allora, per ogni $(h_1, h_2) \in \mathbb{R}^2$, il valore $L(h_1, h_2)$ è dato dalla formula [a] $2h_1 + h_2$; [b] $6h_1 + h_2$; [c] $(6h_1, h_2)$; [d] $h_1^2 + h_2$.

3. Siano S la superficie sferica di raggio R e centro l'origine e $f : S \to \mathbb{R}$ una funzione integrabile tale che $|f(x)| < 1$ per ogni $x \in S$. Allora [a] $\sup_{x \in S} f(x) < 1$; [b] $\int_S f(x)\, dS \le 4\pi R^2$; [c] $\int_S f(x)\, dS \ge 0$; [d] $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in S$.

4. Si consideri la successione definita dalla formula $a_n = n^{-3/2} \cos n\pi$ per $n > 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ [a] converge; [b] diverge; [c] oscilla; [d] converge e la sua somma è ≥ 0 .

5. Sia $c \in (0, +\infty)$ e si consideri la successione definita dalla formula $a_n = c^n - c^{-n}$. Allora la successione $\{a_n\}$ [a] converge; [b] diverge; [c] non oscilla; [d] è infinitesima.

6. Sia $f : [0,1) \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = x^{e-3} \sin x$ se $x \in (0,1)$ e $f(0) = 0$. Allora [a] f non è differenziabile in $1/2$; [b] f è discontinua in 0 ; [c] f è continua; [d] esiste $c \in (0,1)$ tale che $f(c) = 0$.

7. Una successione reale $\{a_n\}$ verifica $a_{n+7} = a_n$ per ogni n . Allora essa [a] converge; [b] diverge; [c] è limitata; [d] è infinitesima.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $\nabla f(0,0) = (2,4)$ e sia $\lambda = \partial f(0,0)/\partial r$ la derivata di f in $(0,0)$ nella direzione del versore $r = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Allora $\lambda/\sqrt{2}$ vale [a] 1 ; [b] 2 ; [c] 3 ; [d] 4 .

9. Il limite $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$ vale [a] vale -1 ; [b] vale 0 ; [c] vale 1 ; [d] non esiste.

10. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e pari. Allora è nullo l'integrale [a] $\int_0^{\pi} f(x)\, dx$; [b] $\int_{-1}^{1} (f(x) + f'(x))\, dx$; [c] $\int_{-1}^{1} f(x) f'(x)\, dx$; [d] $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx$.

---

spazio riservato alla commissione