

Analisi B

Appello del giorno	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
11/02/09		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Si ponga $u(x) = \sinh x^2$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $u^{(18)}(0)$ vale a 18!; b 37!;
 c 18!/9!; d 18!/37!.
- 2. **Fisici:** Posto $f(x) = \int_0^{2x} \arctan e^{xy} dy$ per $x \in \mathbb{R}$, $f'(0)$ vale a π ; b 0;
 c $\pi/2$; d $\pi/4$.
- 3. **Fisici:** Perché una funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 sia lipschitziana è a nec. che f'' sia limitata; b suff. che f'' sia limitata; c suff. che f' sia limitata e che $f(0^-) = f(0^+)$; d suff. che f' sia limitata e che $f'(0^-) = f'(0^+)$.
4. Siano $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$. Allora il numero dei punti di estremo relativo per f è a 1; b 2; c 0; d ∞ .
5. Sia $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 e si ponga $a_{ij} = D_i D_j f(0)$ per $i, j = 1, \dots, n$. Allora, perché f abbia minimo locale in 0, è a nec. che $a_{ij} \geq 0 \forall i, j$; b suff. che $a_{ij} > 0 \forall i, j$; c nec. che $a_{ii} \geq 0$ per ogni i ; d suff. che $a_{ii} > 0$ per ogni i .
6. Se $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è C^∞ e tale che $u'' + 2u' + 2u = 0$, allora u è a non convessa; b non monotona; c infinitesima a $-\infty$; d monotona se e solo se $u(0) = u'(0) = 0$.
7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Perché f sia di classe C^1 in \mathbb{R} è a suff. che i limiti unilateri $f'(0^\pm)$ esistano finiti e uguali; b suff. che f sia differenziabile in 0; c nec. che f' sia limitata; d suff. che f sia continua in 0 e che il limite $\lim_{x \rightarrow 0} f^{(n)}(x)$ esista finito per ogni $n > 0$.
8. La soluzione massimale del problema di Cauchy *in avanti* $u'(t) = t^{1/2} \tanh u(t)$, $u(0) = 1$, è a globale e limitata; b non globale ma limitata; c globale ma non limitata; d non globale e non limitata.
9. Sia $B = \{(x, y) \in (0, +\infty)^2 : |(x, y)| \leq 2\}$. Allora $\int_B x^2 dx dy$ vale a π ; b $\pi/3$;
 c $2\pi/3$; d $\pi/2$.
10. Sia $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $h(x)$ definito di volta in volta. Quella non uniformemente continua è a $\tanh x \sin(1/x)$; b $|x|^{1/3}$; c $(\sin x^2)/(1+x^2)$; d $\cos x \operatorname{sign} x$.

spazio riservato alla commissione