

Analisi A

Appello del giorno	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
11/02/09		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Siano $f, F : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ date da $f(x) = 3 \exp(-x^2)$ se $x \in [0, 1] \setminus \{1/2\}$ e $f(1/2) = -3$ e $F(x) = \int_1^x f(y) dy$ per $x \in [0, 1]$. Allora F è a non monotona e continua; b differenziabile e monotona; c discontinua in $1/2$; d non differenziabile in $1/2$.
2. La funzione $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è di classe C^1 e verifica $\varphi(0) = 1$ e $5\varphi^6(x) - 2e^{2x}\varphi^4(x) = 3e^{6x}$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora $5\varphi'(0) - 2$ vale a 3; b 5; c 2; d 6.
3. Per ogni rettangolo $R \subset \mathbb{R}^2$ si ponga $m(R) = \#(R \cap (\mathbb{Z} \times \{0\})) + (1/\pi) \text{area } R$ ove $\#$ significa "numero dei punti di". Allora, posto $Q = \{x \in \mathbb{R}^2 : 4 < |x| \leq 6\}$, la misura di Q vale a 26; b 20; c 24; d 0.
4. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} n^8(1 - \exp(-8/n)) \cdot ((1 + n^{-5})^{1/4} - 1) \cdot \ln(1 + 2n^{-2})$ vale a 0; b 2; c 8; d 4.
5. Sia $f : (0, +\infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = (y^2)^{x^2}$. Allora il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ a non esiste; b vale 0; c vale 1; d vale 2.
6. Siano $D = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 3\}$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 125 \tanh x_2$ se $x_1 \geq 0$ e $f(x) = 3 + 125 \tanh x_2$ se $x_1 < 0$. Allora l'integrale $\int_D f(x) dx$ vale a $125\pi/2$; b 125π ; c 27π ; d $27\pi/2$.
7. Sia $I = \int_{-3}^{-2} (2x+6) \arctan(x+3) dx$. Allora $11\pi - 22I$ vale a 3; b 6; c 22; d 0.
8. Siano $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{C}$ e $z_k \in \mathbb{C}$, $k = 1, \dots, n$, tali che $(iz)^3(z^8 + 1) = a \prod_{k=1}^n (z - z_k)$ per ogni $z \in \mathbb{C}$. Allora a $\exists k : \text{Re } z_k = -1$; b $z_1 = 0$; c $\sum_{k=1}^n \text{Im } z_k = 0$; d $\exists k : |z_k| > 1$.
9. Sia $\gamma \in (0, +\infty)$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-(\gamma+3/n)}$ a converge semplicemente se e solo se $\gamma \geq 1$; b diverge se $\gamma = 1$; c converge assolutamente per ogni $\gamma > 1$; d converge assolutamente se e solo se $\gamma > 3$.
10. Sia $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $\varphi(x) \text{sign}(|x| - 1) > 0$ se $|x| \neq 1$. Allora a $\nabla\varphi(0, 1) = \mathbf{0}$; b $D_1\varphi(1, 0) > 0$; c $D_2\varphi(-1, 0) = 0$; d $D_1\varphi(-1, 0) \geq 0$.

spazio riservato alla commissione