Strumenti di Analisi Matematica di Base — 10/07/02

♠ Sia $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ di classe C^2 verificante $u'(t) = 1 - u^2(t)$ $\forall\, t \geq 0$ e $u(0) = 0$. Allora u è

♢ crescente e concava

♠ Sia $g(x, y) = \dfrac{xy^3}{3\pi} \sin(\pi x^2 y^3)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $D_x f = g$. Allora $(D_x(D_y f))(3, 1)$ vale

♢ -27

♠ Posto $f(x, y) = \sin 2x \sin 2y$, $(x, y) \in [0, \pi/4]^2$, il valore massimo di f

♢ vale 1

♠ Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \int_0^x \sqrt{y^2 + 3}\, dy$ e sia P il Polinomio di Taylor di centro 0 e ordine 2 di f. Allora $P(1)$ vale

♢ $\sqrt{3}$

♠ Sia Q l'intersezione del primo quadrante di $\mathbb{R}^2$ con il disco di centro $(0, 0)$ e raggio 1 e sia S il grafico della funzione $u(x, y) = x + y$, $(x, y) \in Q$. Allora l'area di S vale

♢ $\pi\sqrt{3}/4$

♠ Il volume del solido $S = \Big\{(x, y, z) \in [0, 1]^2 \times [0, +\infty) : z \leq x^2 + y^2\Big\}$ vale

♢ $2/3$

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy $u''(t) + 4u(t) = 3 \cos t$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 0$. Allora

♢ u è limitata

♠ Sia $f : [0, 1)^3 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y, z) = \sqrt{xyz}$. Allora f è

♢ uniformemente continua

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y) = y^2 e^x$ e si consideri l'insieme $E = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 < y < 1 - x^2\big\}$. Allora

♢ f ha minimo

♠ Sia u la soluzione globale del problema di Cauchy $u'(t) + 2u(t) = 1$, $u(0) = 0$. Allora il limite $\lim\limits_{t \to +\infty} u(t)$ vale

♢ $1/2$