Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 10/07/02	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **2 ore.**

---

1. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \int_0^x \sqrt{y^2+3}\,dy$ e sia P il Polinomio di Taylor di centro 0 e ordine 2 di f. Allora $P(1)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\sqrt{3}/2$; $\boxed{\text{b}}$ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ $\sqrt{3}/3$; $\boxed{\text{d}}$ $\sqrt{3}$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y) = y^2 e^x$ e si consideri l'insieme $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 < y < 1 - x^2\}$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $f|_E$ ha minimo; $\boxed{\text{b}}$ $f|_E$ ha massimo; $\boxed{\text{c}}$ f ha massimo; $\boxed{\text{d}}$ f ha minimo.

3. Sia u la soluzione globale del problema di Cauchy $u'(t) + 2u(t) = 1$, $u(0) = 0$. Allora il limite $\lim_{t \to +\infty} u(t)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 1 ; $\boxed{\text{b}}$ $1/2$; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

4. Sia $g(x,y) = \dfrac{xy^3}{3\pi} \sin(\pi x^2 y^3)$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $D_x f = g$. Allora $(D_x(D_y f))(3,1)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0 ; $\boxed{\text{b}}$ -9 ; $\boxed{\text{c}}$ 27 ; $\boxed{\text{d}}$ -27 .

5. Posto $f(x,y) = \sin 2x \sin 2y$, $(x,y) \in [0, \pi/4]^2$, il valore massimo di f $\boxed{\text{a}}$ vale 1 ; $\boxed{\text{b}}$ vale $1/2$; $\boxed{\text{c}}$ vale $1/4$; $\boxed{\text{d}}$ non esiste.

6. Sia Q l'intersezione del primo quadrante di $\mathbb{R}^2$ con il disco di centro $(0,0)$ e raggio 1 e sia S il grafico della funzione $u(x,y) = x + y$, $(x,y) \in Q$. Allora l'area di S vale $\boxed{\text{a}}$ $\pi/4$; $\boxed{\text{b}}$ $\pi\sqrt{3}/4$; $\boxed{\text{c}}$ $\pi\sqrt{2}/4$; $\boxed{\text{d}}$ $\pi\sqrt{2}/2$.

7. Sia $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ di classe C^2 verificante $u'(t) = 1 - u^2(t)$ $\forall\, t \geq 0$ e $u(0) = 0$. Allora u è $\boxed{\text{a}}$ crescente e convessa; $\boxed{\text{b}}$ decrescente e convessa; $\boxed{\text{c}}$ crescente e concava; $\boxed{\text{d}}$ decrescente e concava.

8. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy $u''(t) + 4u(t) = 3\cos t$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 0$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\lim_{t \to +\infty} u(t) = 0$; $\boxed{\text{b}}$ $u(\pi) = 0$; $\boxed{\text{c}}$ $u(t) \geq 0$ $\forall\, t \geq 0$; $\boxed{\text{d}}$ u è limitata.

9. Sia $f : [0,1)^3 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y,z) = \sqrt{xyz}$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ convessa; $\boxed{\text{b}}$ uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ di classe C^1 ; $\boxed{\text{d}}$ lipschitziana.

10. Il volume del solido $S = \left\{(x,y,z) \in [0,1]^2 \times [0, +\infty) : z \leq x^2 + y^2\right\}$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\pi/8$; $\boxed{\text{b}}$ $\pi/6$; $\boxed{\text{c}}$ $1/3$; $\boxed{\text{d}}$ $2/3$.

---

spazio riservato alla commissione