Strumenti di Analisi Matematica di Base — 09/09/02

♠ La funzione $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$, $x \in (0, +\infty)$, è

♢ lipschitziana

♠ Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 - x$. Allora

♢ f ha minimo

♠ Il limite $\lim_{x\to 0} \big(1 - \sqrt{1 + x^2}\big) / \sin^2 x$ vale

♢ $-1/2$

♠ Per $x \in (0, +\infty)$ si ponga $f(x) = \int_1^x \ln(1 + y^2)\, dy$ e sia P il Polinomio di Taylor di centro 1 e ordine 2 di f . Allora $P(3) - 2P(2)$ vale

♢ 1

♠ Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \int_0^1 \sin(x^2 y^2)\, dy$. Allora

♢ $f'(0) = 0$

♠ Sia $E = \big\{(x, y) \in [0, +\infty)^2 : y \le 1 - x^2\big\}$. Allora l'integrale $\int_E 2y\, dx\, dy$ vale

♢ $8/15$

♠ Siano $A = \big\{(x, y) \in [0, +\infty)^2 : y \le x\big\}$ e B il disco unitario di $\mathbb{R}^2$. Allora l'integrale $\int_{A\cap B} xy\, dx\, dy$ vale

♢ $1/16$

♠ Sia u la soluzione globale del problema di Cauchy $u'(t) = 1 + 2u(t)$, $u(0) = 1$. Allora $u(1/2)$ risulta

♢ > 2

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t) = |u(t)|$ per ogni $t \in \mathbb{R}$. Allora

♢ u è di classe C^∞

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e tale che $u'(t) = \sqrt{1 + u^2(t)}$ per ogni $t \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 0$. Allora

♢ esiste un intorno di 0 in cui la derivata u' di u è convessa