Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 09/09/02	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Per $x \in (0,+\infty)$ si ponga $f(x) = \int_1^x \ln(1+y^2)\,dy$ e sia P il Polinomio di Taylor di centro 1 e ordine 2 di f. Allora $P(3)-2P(2)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\ln 2$; $\boxed{\text{b}}$ $-\ln 2$; $\boxed{\text{c}}$ 0; $\boxed{\text{d}}$ 1.

2. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t)=|u(t)|$ per ogni $t\in\mathbb{R}$. Allora $\boxed{\text{a}}$ u nonè di classe C^2; $\boxed{\text{b}}$ u è di classe C^∞; $\boxed{\text{c}}$ u è limitata; $\boxed{\text{d}}$ u è strettamente monotona.

3. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe C^1 e tale che $u'(t)=\sqrt{1+u^2(t)}$ per ogni $t\in\mathbb{R}$ e $u(0)=0$. Allora $\boxed{\text{a}}$ esiste un intorno di 0 in cui u è crescente e convessa; $\boxed{\text{b}}$ esiste un intorno di 0 in cui u è crescente e concava; $\boxed{\text{c}}$ esiste un intorno di 0 in cui la derivata u' di u è convessa; $\boxed{\text{d}}$ esiste un intorno di 0 in cui u è decrescente.

4. Sia $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x,y,z)=2x^2+3y^2+4z^2-x$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f è limitata; $\boxed{\text{b}}$ f è di classe C^2 ma non di classe C^3; $\boxed{\text{c}}$ f ha minimo; $\boxed{\text{d}}$ f ha massimo.

5. Il limite $\lim_{x\to 0}\left(1-\sqrt{1+x^2}\right)/\sin^2 x$ vale $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ $-1/2$; $\boxed{\text{c}}$ -1; $\boxed{\text{d}}$ 0.

6. Per $x\in\mathbb{R}$ si ponga $f(x)=\int_0^1 \sin(x^2y^2)\,dy$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f è discontinua in 0; $\boxed{\text{b}}$ f è continua ma non differenziabile in 0; $\boxed{\text{c}}$ $f'(0)=0$; $\boxed{\text{d}}$ $f'(0)=\pi$.

7. La funzione $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$, è $\boxed{\text{a}}$ continua ma non di classe C^1; $\boxed{\text{b}}$ discontinua; $\boxed{\text{c}}$ lipschitziana; $\boxed{\text{d}}$ monotona.

8. Siano $A=\{(x,y)\in[0,+\infty)^2 : y\le x\}$ e B il disco unitario di $\mathbb{R}^2$. Allora l'integrale $\int_{A\cap B} xy\,dx\,dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/16$; $\boxed{\text{b}}$ $1/12$; $\boxed{\text{c}}$ $1/8$; $\boxed{\text{d}}$ $1/6$.

9. Sia u la soluzione globale del problema di Cauchy $u'(t)=1+2u(t)$, $u(0)=1$. Allora $u(1/2)$ risulta $\boxed{\text{a}}$ <0; $\boxed{\text{b}}$ $\in(1,2)$; $\boxed{\text{c}}$ <1; $\boxed{\text{d}}$ >2.

10. Sia $E=\{(x,y)\in[0,+\infty)^2 : y\le 1-x^2\}$. Allora l'integrale $\int_E 2y\,dx\,dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $4/5$; $\boxed{\text{b}}$ $8/15$; $\boxed{\text{c}}$ 0; $\boxed{\text{d}}$ $-1/3$.

---

spazio riservato alla commissione