Concetti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 09/09/02	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = x + \sin \pi x$ se $x \notin \{0, 1\}$ e $f(0) = f(1) = 0$. Allora $\boxed{a}$ f è continua e non differenziabile in 0; $\boxed{b}$ f è continua e non differenziabile in 1; $\boxed{c}$ f è discontinua in 0; $\boxed{d}$ f è differenziabile in 0.

2. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x, y) = e^x(x, y, 0)$ e sia L il suo differenziale in $(0, 1)$. Allora, per ogni $\mathbf{h} = (h_1, h_2) \in \mathbb{R}^2$, $L\mathbf{h}$ vale $\boxed{a}$ $2h_1 + h_2$; $\boxed{b}$ $(h_1, h_1 + h_2, 0)$; $\boxed{c}$ $(h_1 e^{h_1}, h_2 e^{h_1}, 0)$; $\boxed{d}$ $(h_1, h_1 + h_2)$.

3. Sia $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x) = 2x \ln^2 x$. Allora $f'(1)$ vale $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ -2.

4. La successione $\{(n + 2\sqrt{n})/(2n + 1)\}$ $\boxed{a}$ diverge a $+\infty$; $\boxed{b}$ converge a 1; $\boxed{c}$ è infinitesima; $\boxed{d}$ converge a $1/2$.

5. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n^{-3/2}$ $\boxed{a}$ converge semplicemente; $\boxed{b}$ diverge a $+\infty$; $\boxed{c}$ diverge a $-\infty$; $\boxed{d}$ converge assolutamente.

6. L'integrale $\int_0^1 \sin \pi x \, dx$ vale $\boxed{a}$ $-2/\pi$; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ -2; $\boxed{d}$ $2/\pi$.

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione e si ponga $a_n = f(1/n)$ per $n > 0$ intero. Allora $\boxed{a}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge se $f(x) = o(x^2)$ per $x \to 0$; $\boxed{b}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge se f è costante; $\boxed{c}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge se $f(x) = o(1)$ per $x \to 0$; $\boxed{d}$ se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge allora f è continua in 0.

8. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Perché f sia integrabile in $[1, 2]$ è sufficiente che $\boxed{a}$ f sia differenziabile nell'intervallo $(1, 2)$; $\boxed{b}$ f sia limitata in $\mathbb{R}$; $\boxed{c}$ i limiti $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ e $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ esistano finiti; $\boxed{d}$ f sia continua in $(0, +\infty)$.

9. Sia S la superficie sferica di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 2 e sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)/2$ se x, y e z sono tutti e tre positivi e $f(x, y, z) = 0$ altrimenti. Allora l'integrale $\int_S (x + y + z + f(x, y, z))\, dS$ vale $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4π; $\boxed{c}$ 2π; $\boxed{d}$ π.

10. Il limite $\lim_{x\to 0^+} \big(x + \sin 2x)\big)/(x + x^2)$ vale $\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 2.

---

spazio riservato alla commissione