Analisi B

Appello del giorno 09/07/07	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Nell'esercizio • i matematici/fisici ignorino la parte **SoloF** [. . .] /**SoloM** [. . .] del testo.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

• **1.** **SoloM** [Siano $f_n : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ date da $f_n(x) = n^2 x \exp(-nx)$ e $A \subseteq [0, +\infty)$. Allora $\{f_n\}$ converge uniformemente in A] **SoloF** [Siano $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ continua e $A \subseteq [0, +\infty)$. Allora f è limitata in A] ■ **SoloM** se A è chiuso e $0 \notin A$; $\boxed{\text{b}}$ se e solo se A è chiuso e limitato; $\boxed{\text{c}}$ se A è chiuso; ■ **SoloF** se A è limitato.

2. Sia $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy $u''' - u' = 0$, $u(0) = 3$, $u'(0) = -1$, $u''(0) = 1$. Allora $\lim_{t \to +\infty} u(t)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 3 ; $\boxed{\text{b}}$ 4 ; $\boxed{\text{c}}$ 5 ; ■ 2 .

3. Sia $F(x, y) = (x^3 - x)(y^3 - y)$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Allora F ha $\boxed{\text{a}}$ almeno 10 punti stazionari non di estremo; $\boxed{\text{b}}$ almeno 5 punti di estremo locale; ■ almeno 3 punti di estremo locale; $\boxed{\text{d}}$ almeno un punto di minimo globale.

4. Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le z \le 2,\ x^2 + y^2 \le \min\{z^2, (2 - z)^2\}\}$. Allora il volume di B vale $\boxed{\text{a}}$ π ; $\boxed{\text{b}}$ 2π ; $\boxed{\text{c}}$ $\pi/3$; ■ $2\pi/3$.

5. Per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si consideri il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^2(t) - \cos u(t)$, $u(0) = \lambda$ e sia $u_\lambda : [0, T_\lambda) \to \mathbb{R}$ la sua soluzione massimale. Allora ■ u_λ è globale e limitata per almeno un λ ; $\boxed{\text{b}}$ u_λ è globale per ogni λ ; $\boxed{\text{c}}$ u_λ è globale e non limitata per almeno un λ ; $\boxed{\text{d}}$ u_λ non è globale per alcun λ .

6. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ se $x \ge 0$ e $f(x) = e^{-|x|^{1/2}}$ se $x < 0$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ convessa; $\boxed{\text{b}}$ di classe C^1 ; $\boxed{\text{c}}$ lipschitziana; ■ uniformemente continua.

7. Siano $K = \{(x, y) : x \ge 0,\ 0 \le y \le 1,\ y = (x + y)^2\}$ e $f(x, y) = x^2 - y^2$ per $(x, y) \in K$. Allora il valore massimo di f vale $\boxed{\text{a}}$ 1/9 ; $\boxed{\text{b}}$ 1/81 ; ■ 1/27 ; $\boxed{\text{d}}$ 1/18 .

8. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia uniformemente continua è $\boxed{\text{a}}$ nec. che f sia lipschitziana; $\boxed{\text{b}}$ suff. che f sia differenziabile con $\sin f'$ limitata; ■ suff. che $|f(x) - f(y)| \le \tanh |x - y|$ per ogni x, y ; $\boxed{\text{d}}$ nec. che f sia continua e limitata.

9. Sia $C = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \le 1,\ y = \sqrt{|x|}\right\}$. Allora $\int_C \sqrt{|x|}\, ds$ vale $\boxed{\text{a}}$ $5\sqrt{5}$; ■ $(5^{3/2} - 1)/6$; $\boxed{\text{c}}$ $4/3$; $\boxed{\text{d}}$ $5\sqrt{5}/6$.

10. Siano $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e $g(x) = \int_0^{x^6} \phi(t)\, dt$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $\boxed{\text{a}}$ g è concava se ϕ è noncrescente; $\boxed{\text{b}}$ g è convessa se e solo se ϕ è nondecrescente; $\boxed{\text{c}}$ g è concava in $(0, +\infty)$ se ϕ è noncrescente; ■ g è convessa se ϕ è nondecrescente e $\phi(0) = 0$.

---

spazio riservato alla commissione