Strumenti di Analisi Matematica di Base — 09/02/05

♠ La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x)=0$ se $x\le 0$ e $f(x)=5x^3$ se $x>0$ risulta

♢ di classe C^2 e non di classe C^3

♠ Sia $B=\{x\in\mathbb{R}^2:\ |x|\le 1\}$ e sia $f(x)=|x|^{1/2}$ per $x\in B$. Allora la media di f in B vale

♢ $4/5$

♠ Sia $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y,z)=z^2+\sin(x^2)+\int_0^y g(t)\,dt$, ove $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ è definita da $g(t)=\sin(t^2)$ se $t>1$ e $g(t)=0$ se $t\le 1$. Allora, per f, l'origine è

♢ di minimo relativo

♠ Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy completo $u'(t)=t\tanh u(t)$ e $u(0)=2$. Allora u è

♢ convessa

♠ Siano G il grafico della funzione $x\mapsto 3x^2$, $x\in[0,1]$, e (x,y) la variabile in $\mathbb{R}^2$. Allora l'integrale $\int_G x^5\,(1+12y)^{-1/2}\,ds$ vale

♢ $1/6$

♠ La funzione $f(x)=\int_\pi^{x^4}|\sin(y^2)|\,dy$, $x\in\mathbb{R}$, è

♢ di classe C^1

♠ Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ data dalle formule $f(x)=1/x$ se $x>0$ e $1/x\in\mathbb{N}$, $f(x)=0$ altrimenti. Allora f è

♢ integrabile secondo Riemann in $[1/2,2]$

♠ Perché $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sia convessa è

♢ sufficiente che f sia di classe C^3 e che f' sia non decrescente

♠ Sia $f:[0,1]^2\to\mathbb{R}$. Allora la formula $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)\,dy=\int_0^1 dy\int_0^1 f(x,y)\,dx$ è corretta nella teoria di Riemann se

♢ f è lipschitziana in $[0,1]^2$

♠ Perché una funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sia uniformemente continua è sufficiente che f sia

♢ continua e periodica