Concetti di Analisi Matematica di Base — 09/02/05

♠ Il limite $\lim_{n\to\infty}(-1)^{(n!)}(n!)^3\sin(2/(n!)^4)$

♢ vale 0

♠ La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2+(-1)^n n}{n^4+n^2+1}$

♢ converge assolutamente

♠ La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=6x$ se $x\le 0$ e $f(x)=2\arctan 3x$ se $x>0$ risulta

♢ differenziabile in 0

♠ Per $r>0$ sia $D_r=\{x\in\mathbb{R}^2:\ |x|\le r\}$ e sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to(0,0)}f(x)=3$. Allora esiste $\delta>0$ tale che

♢ f è limitata in $D_{2\delta}\setminus D_\delta$

♠ Siano $\{a_n\}$ e $\{q_n\}$ due successioni reali positive tali che: $q_n=a_n/a_{n+1}\quad\forall\, n$; $\lambda=\lim q_n$ esiste finito. Allora perché la serie $\sum a_n$ converga è sufficiente che

♢ $\lambda>1$

♠ Sia m una misura in $\mathbb{R}^2$ tale che, per ogni coppia di intervalli limitati I,J di $\mathbb{R}$, $m(I\times J)$ valga la lunghezza di I se $0\in J$ e 0 altrimenti e sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da $f(x,y)=3$ se $(x,y)\in[2,6]\times(-2,5)$, $f(x,y)=7$ se $(x,y)\in[8,9]\times(4,3)$ e $f(x,y)=0$ altrimenti. Allora $\int_{\mathbb{R}^2}f\,dm$ vale

♢ 12

♠ Il limite $\lim_{n\to\infty}(1/n)\sum_{k=1}^{n}\exp(k/n)$ vale

♢ $e-1$

♠ Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u^3(x)+2x^4u(x)-3x^6=0$ per ogni $x\in\mathbb{R}$ e $u(1)=1$. Allora $u'(1)$ vale

♢ 2

♠ Sia f una funzione integrabile in un insieme misurabile B di uno spazio di misura. Si sa che $\int_B f(x)\,dm\le 8$ e che $f(x)\ge 2$ per ogni $x\in B$. Allora $m(B)$ è

♢ ≤ 4

♠ Sia L il differenziale in $(3,1)$ della funzione $f(x,y)=x^3y$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2$. Allora, per $\mathbf{h}=(h_1,h_2)\in\mathbb{R}^2$, il valore di $L\mathbf{h}$ è

♢ $27h_1+27h_2$