Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 09/02/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la soluzione globale del problema di Cauchy completo $u'(t) = t \tanh u(t)$ e $u(0) = 2$. Allora u è $\boxed{a}$ convessa; $\boxed{b}$ limitata; $\boxed{c}$ monotona; $\boxed{d}$ concava.

2. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$. Allora la formula $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x,y)\,dy = \int_0^1 dy \int_0^1 f(x,y)\,dx$ è corretta nella teoria di Riemann se $\boxed{a}$ f è limitata in $[0,1]^2$; $\boxed{b}$ f è di classe C^1 in $(0,1)^2$; $\boxed{c}$ f è integrabile in $[0,1]^2$; $\boxed{d}$ f è lipschitziana in $[0,1]^2$.

3. Perché una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia uniformemente continua è sufficiente che f sia $\boxed{a}$ differenziabile; $\boxed{b}$ continua e limitata; $\boxed{c}$ continua e periodica; $\boxed{d}$ continua in ogni intervallo chiuso e limitato.

4. Sia $B = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| \le 1\}$ e sia $f(x) = |x|^{1/2}$ per $x \in B$. Allora la media di f in B vale $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 6/7 ; $\boxed{c}$ π ; $\boxed{d}$ 4/5 .

5. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y,z) = z^2 + \sin(x^2) + \int_0^y g(t)\,dt$, ove $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è definita da $g(t) = \sin(t^2)$ se $t > 1$ e $g(t) = 0$ se $t \le 1$. Allora, per f , l'origine è $\boxed{a}$ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{b}$ di massimo relativo; $\boxed{c}$ non stazionario; $\boxed{d}$ di minimo relativo.

6. Siano G il grafico della funzione $x \mapsto 3x^2$, $x \in [0,1]$, e (x,y) la variabile in $\mathbb{R}^2$. Allora l'integrale $\int_G x^5 (1+12y)^{-1/2}\,ds$ vale $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 1/12 ; $\boxed{c}$ 1/5 ; $\boxed{d}$ 1/6 .

7. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 0$ se $x \le 0$ e $f(x) = 5x^3$ se $x > 0$ risulta $\boxed{a}$ di classe C^3 ; $\boxed{b}$ di classe C^2 e non di classe C^3 ; $\boxed{c}$ di classe C^5 ; $\boxed{d}$ non di classe C^2 .

8. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x) = 1/x$ se $x > 0$ e $1/x \in \mathbb{N}$, $f(x) = 0$ altrimenti. Allora f è $\boxed{a}$ continua in 0 ; $\boxed{b}$ discontinua in 2 ; $\boxed{c}$ integrabile secondo Riemann in $[1/2, 2]$; $\boxed{d}$ integrabile secondo Riemann in $[0,1]$.

9. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia convessa è $\boxed{a}$ necessario e sufficiente che f sia di classe C^2 e che $f'' \ge 0$; $\boxed{b}$ sufficiente che f sia di classe C^3 e che f' sia non decrescente; $\boxed{c}$ sufficiente che f sia differenziabile e che f' sia limitata; $\boxed{d}$ necessario che f sia differenziabile.

10. La funzione $f(x) = \int_\pi^{x^4} |\sin(y^2)|\,dy$, $x \in \mathbb{R}$, è $\boxed{a}$ monotona; $\boxed{b}$ lipschitziana; $\boxed{c}$ convessa; $\boxed{d}$ di classe C^1 .

spazio riservato alla commissione