Concetti di Analisi Matematica di Base — 09/02/04

♠ Sia $x \in \mathbb{R}$. Allora la successione $\{x^{5n} \tanh(3n)\}$ converge se e solo se
♢ $-1 < x \leq 1$

♠ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-\pi/e}$
♢ converge assolutamente

♠ La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x|\arctan x|$ risulta
♢ differenziabile in 0

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Da $\lim_{x \to (0,0)} |f(x)| = 0$ segue che esiste $\delta > 0$ tale che
♢ f è limitata in $[\delta, 2\delta]^2$

♠ Sia $\sum a_n$ una serie reale convergente. Allora il limite $\lim_{n \to \infty} a_n^4$
♢ vale 0

♠ Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \sinh x$ e $g(x) = 1 - \cos(2x)$. Allora il limite $\lim_{x \to 0^+} |f(x)/g(x)|$ vale
♢ $+\infty$

♠ Sia $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 = 9, \ x \geq 0\}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma (x + y^5)\, ds$ vale
♢ 18

♠ Sia $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 = 1, \ z \in [0, 2]\}$. Allora l'integrale $I = \int_\Sigma z\, dS$ verifica
♢ $I \leq 8\pi$

♠ Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ di classe C^1 tale che $\mathbf{f}(t) = \mathbf{a} + t\mathbf{b} + \mathbf{o}(t)$ per $t \to 0^+$ ove $\mathbf{a} = (5, 3, 4)$ e $\mathbf{b} = (2, 3, 5)$. Posto $g(x) = \mathbf{f}(\sinh 3x) \cdot (1, 0, 0)$ per $x \in \mathbb{R}$, la derivata $g'(0)$ vale
♢ 6

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e tale che $(\partial f/\partial r)(0,0) = 3r_1 + 4r_2$ per ogni versore $\mathbf{r} = (r_1, r_2)$ di $\mathbb{R}^2$. Allora $|\nabla f(0,0)|$ vale
♢ 5