Concetti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 09/02/04	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Da $\lim_{x\to(0,0)} |f(x)| = 0$ segue che esiste $\delta > 0$ tale che $\boxed{\text{a}}$ $|f(x)| \le 2$ per $|x| < \delta$; $\boxed{\text{b}}$ f è limitata in $[\delta, 2\delta]^2$; $\boxed{\text{c}}$ f è continua in $[0, \delta/4]^2$; $\boxed{\text{d}}$ f è continua in $(0, \delta/4)^2$.

2. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ di classe C^1 tale che $\mathbf{f}(t) = \mathbf{a} + t\mathbf{b} + \mathbf{o}(t)$ per $t \to 0^+$ ove $\mathbf{a} = (5, 3, 4)$ e $\mathbf{b} = (2, 3, 5)$. Posto $g(x) = \mathbf{f}(\sinh 3x) \cdot (1, 0, 0)$ per $x \in \mathbb{R}$, la derivata $g'(0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 2 ; $\boxed{\text{b}}$ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ 10 ; $\boxed{\text{d}}$ 6 .

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e tale che $(\partial f/\partial r)(0, 0) = 3r_1 + 4r_2$ per ogni versore $\mathbf{r} = (r_1, r_2)$ di $\mathbb{R}^2$. Allora $|\nabla f(0, 0)|$ vale $\boxed{\text{a}}$ 7 ; $\boxed{\text{b}}$ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ 4 ; $\boxed{\text{d}}$ 5 .

4. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-\pi/e}$ $\boxed{\text{a}}$ converge assolutamente; $\boxed{\text{b}}$ diverge; $\boxed{\text{c}}$ converge semplicemente; $\boxed{\text{d}}$ oscilla.

5. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x|\arctan x|$ risulta $\boxed{\text{a}}$ differenziabile in 0 ; $\boxed{\text{b}}$ discontinua in 0 ; $\boxed{\text{c}}$ continua in 0 ma non differenziabile in 0 ; $\boxed{\text{d}}$ limitata in $\mathbb{R}$.

6. Sia $\sum a_n$ una serie reale convergente. Allora il limite $\lim_{n\to\infty} a_n^4$ $\boxed{\text{a}}$ è strettamente positivo; $\boxed{\text{b}}$ vale 0 ; $\boxed{\text{c}}$ è infinito; $\boxed{\text{d}}$ è finito e non nullo.

7. Sia $x \in \mathbb{R}$. Allora la successione $\{x^{5n} \tanh(3n)\}$ converge se e solo se $\boxed{\text{a}}$ $-1 < x \le 1$; $\boxed{\text{b}}$ $x \le 1$; $\boxed{\text{c}}$ $0 < x \le 1$; $\boxed{\text{d}}$ $|x| < 1$.

8. Sia $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 = 9, \ x \ge 0\}$. Allora l'integrale $\int_\Gamma (x + y^5)\, ds$ vale $\boxed{\text{a}}$ $9\pi/2$; $\boxed{\text{b}}$ 18 ; $\boxed{\text{c}}$ 6 ; $\boxed{\text{d}}$ 6π .

9. Sia $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 = 1, \ z \in [0, 2]\}$. Allora l'integrale $I = \int_\Sigma z\, dS$ verifica $\boxed{\text{a}}$ $I > 8\pi$; $\boxed{\text{b}}$ $I = 0$; $\boxed{\text{c}}$ $I \le 8\pi$; $\boxed{\text{d}}$ $I = 8\pi$.

10. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \sinh x$ e $g(x) = 1 - \cos(2x)$. Allora il limite $\lim_{x\to0^+} |f(x)/g(x)|$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0 ; $\boxed{\text{b}}$ 1/2 ; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

---

spazio riservato alla commissione