Analisi B

Prova scritta **08/02/10**	**Cognome e nome (stampatello chiaro)**	**C.L. (Mat/Fis)**

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si ponga $u(x) = x^3 \sinh x^4$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $u^{(39)}(0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $9!$; $\boxed{\text{b}}$ $39!$; ■ $39!/9!$; $\boxed{\text{d}}$ $9!/39!$.

• **2.** **Matematici:** Data una successione reale $\{c_n\}$, si ponga $f_n(x,y) = c_n\big(1 - n(x^2+y^2)\big)^+$ per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e $n \in \mathbb{N}$. Allora la successione $\{f_n\}$ $\boxed{\text{a}}$ converge uniformemente se e solo se $\{c_n\}$ converge; $\boxed{\text{b}}$ converge puntualmente se e solo se $\{c_n\}$ è infinitesima; $\boxed{\text{c}}$ converge puntualmente se e solo se $\{c_n\}$ è limitata; ■ converge uniformemente se e solo se $\{c_n\}$ è infinitesima.

• **3.** **Matematici:** Per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ si ponga $\omega(x,y) = 3y\,dx + (2+3x)\,dy$ e sia C la poligonale $[(1,1),(1,3),(2,3),(2,2)]$. Allora $\int_C \omega$ vale $\boxed{\text{a}}$ 16 ; $\boxed{\text{b}}$ 5 ; ■ 11 ; $\boxed{\text{d}}$ 0 .

4. Siano $B = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 1\big\}$ e $f : B \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = x^2 - y^2$. Allora il numero dei punti di estremo relativo per f è $\boxed{\text{a}}$ 1 ; $\boxed{\text{b}}$ 2 ; $\boxed{\text{c}}$ 5 ; ■ 4 .

5. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ avente in 0 un punto di minimo relativo. Allora $\boxed{\text{a}}$ $u^{(n)}(0) \ge 0$ $\forall n$ pari; $\boxed{\text{b}}$ $u''(0) > 0$; ■ per ogni n l'equazione $u'(x)u^{(n)}(x) = 0$ ha soluzioni; $\boxed{\text{d}}$ $u^{(n)}(0) = 0$ $\forall n$ dispari.

6. Se $u : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t) = u(t)/(t+5)$ per ogni $t \ge 0$ e $u(0) = 6$. Allora $u(15)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 120 ; $\boxed{\text{b}}$ 80 ; $\boxed{\text{c}}$ 20 ; ■ 24 .

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ . Allora $\boxed{\text{a}}$ $\sum_{n=0}^{\infty}\{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per ogni x ; $\boxed{\text{b}}$ esiste $\delta > 0$ tale che $\sum_{n=0}^{\infty}\{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per $|x| < \delta$; $\boxed{\text{c}}$ esistono $\delta, M > 0$ tali che $|f^{(n)}(x)| \le M$ per $|x| < \delta$ e per ogni n ; ■ esiste una successione reale $\{M_n\}$ tale che $|f^{(n)}(x)| \le M_n$ per $|x| \le n$ e per ogni n .

8. La soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 4u(t) - u^2(t)$, $u(0) = 2$, è $\boxed{\text{a}}$ globale e non limitata; $\boxed{\text{b}}$ non globale ma limitata; ■ globale e limitata; $\boxed{\text{d}}$ non globale e non limitata.

9. Sia $S = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \le 1,\ z = y\big\}$. Allora l'area di S vale ■ $\pi\sqrt{2}$; $\boxed{\text{b}}$ $\pi\sqrt{3}$; $\boxed{\text{c}}$ π ; $\boxed{\text{d}}$ $\pi\sqrt{6}$.

10. Sia $k : (0,1) \to \mathbb{R}$ data da $k(x) = x^{-\alpha}\sin x^2$ ove $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora k è lipschitziana $\boxed{\text{a}}$ se e solo se $\alpha > 0$; $\boxed{\text{b}}$ se $\alpha = 3$; $\boxed{\text{c}}$ se e solo se $\alpha = 1$; ■ se $\alpha < 1$.

---

spazio riservato alla commissione