

Analisi B

| | | |
|---|--|-----------------------|
| Prova scritta 08/02/10 | Cognome e nome (stampatello chiaro) | C.L. (Mat/Fis) |
|---|--|-----------------------|

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con ● è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Si ponga $u(x) = x^3 \sinh x^4$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $u^{(39)}(0)$ vale a) 9!; b) 39!;
 c) 39!/9!; d) 9!/39!.
- 2. **Fisici:** Posto $f(x) = \int_{-1}^{3x} 2 \sin e^{xy} dy$ per $x \in \mathbb{R}$, il rapporto $(f'(0) + \cos 1)/\sin 1$ vale a) 2; b) 3; c) 6; d) 4.
- 3. **Fisici:** Per $r > 0$ si ponga $D_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| \leq r^2, x_1 = x_2\}$. Se vale l'uguaglianza $\int_{D_2} f(x) dS = \lambda \int_{D_3} f(2x/3) dS$ per ogni $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ continua, allora λ vale a) 27/8;
 b) 8/27; c) 4/9; d) 9/4.
4. Siano $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2 - y^2$. Allora il numero dei punti di estremo relativo per f è a) 1; b) 2; c) 5; d) 4.
5. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ avente in 0 un punto di minimo relativo. Allora a) $u^{(n)}(0) \geq 0 \forall n$ pari; b) $u''(0) > 0$; c) per ogni n l'equazione $u'(x)u^{(n)}(x) = 0$ ha soluzioni; d) $u^{(n)}(0) = 0 \forall n$ dispari.
6. Se $u : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t) = u(t)/(t+5)$ per ogni $t \geq 0$ e $u(0) = 6$. Allora $u(15)$ vale a) 120; b) 80; c) 20; d) 24.
7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ . Allora a) $\sum_{n=0}^{\infty} \{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per ogni x ;
 b) esiste $\delta > 0$ tale che $\sum_{n=0}^{\infty} \{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per $|x| < \delta$;
 c) esistono $\delta, M > 0$ tali che $|f^{(n)}(x)| \leq M$ per $|x| < \delta$ e per ogni n ; d) esiste una successione reale $\{M_n\}$ tale che $|f^{(n)}(x)| \leq M_n$ per $|x| \leq n$ e per ogni n .
8. La soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 4u(t) - u^2(t)$, $u(0) = 2$, è a) globale e non limitata; b) non globale ma limitata; c) globale e limitata;
 d) non globale e non limitata.
9. Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = y\}$. Allora l'area di S vale a) $\pi\sqrt{2}$;
 b) $\pi\sqrt{3}$; c) π ; d) $\pi\sqrt{6}$.
10. Sia $k : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $k(x) = x^{-\alpha} \sin x^2$ ove $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora k è lipschitziana a) se e solo se $\alpha > 0$; b) se $\alpha = 3$; c) se e solo se $\alpha = 1$; d) se $\alpha < 1$.

spazio riservato alla commissione