Analisi B

Prova scritta 08/02/10	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si ponga $u(x) = x^3 \sinh x^4$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $u^{(39)}(0)$ vale [a] $9!$; [b] $39!$; [c] $39!/9!$; [d] $9!/39!$.

• **2.** **Matematici:** Data una successione reale $\{c_n\}$, si ponga $f_n(x,y) = c_n\big(1 - n(x^2+y^2)\big)^+$ per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e $n \in \mathbb{N}$. Allora la successione $\{f_n\}$ [a] converge uniformemente se e solo se $\{c_n\}$ converge; [b] converge puntualmente se e solo se $\{c_n\}$ è infinitesima; [c] converge puntualmente se e solo se $\{c_n\}$ è limitata; [d] converge uniformemente se e solo se $\{c_n\}$ è infinitesima.

• **3.** **Matematici:** Per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ si ponga $\omega(x,y) = 3y\,dx + (2+3x)\,dy$ e sia C la poligonale $[(1,1),(1,3),(2,3),(2,2)]$. Allora $\int_C \omega$ vale [a] 16; [b] 5; [c] 11; [d] 0.

4. Siano $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 1\}$ e $f : B \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = x^2 - y^2$. Allora il numero dei punti di estremo relativo per f è [a] 1; [b] 2; [c] 5; [d] 4.

5. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ avente in 0 un punto di minimo relativo. Allora [a] $u^{(n)}(0) \ge 0 \ \forall n$ pari; [b] $u''(0) > 0$; [c] per ogni n l'equazione $u'(x)u^{(n)}(x) = 0$ ha soluzioni; [d] $u^{(n)}(0) = 0 \ \forall n$ dispari.

6. Se $u : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t) = u(t)/(t+5)$ per ogni $t \ge 0$ e $u(0) = 6$. Allora $u(15)$ vale [a] 120; [b] 80; [c] 20; [d] 24.

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞. Allora [a] $\sum_{n=0}^\infty \{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per ogni x; [b] esiste $\delta > 0$ tale che $\sum_{n=0}^\infty \{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per $|x| < \delta$; [c] esistono $\delta, M > 0$ tali che $|f^{(n)}(x)| \le M$ per $|x| < \delta$ e per ogni n; [d] esiste una successione reale $\{M_n\}$ tale che $|f^{(n)}(x)| \le M_n$ per $|x| \le n$ e per ogni n.

8. La soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 4u(t) - u^2(t)$, $u(0) = 2$, è [a] globale e non limitata; [b] non globale ma limitata; [c] globale e limitata; [d] non globale e non limitata.

9. Sia $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \le 1,\ z = y\}$. Allora l'area di S vale [a] $\pi\sqrt{2}$; [b] $\pi\sqrt{3}$; [c] π; [d] $\pi\sqrt{6}$.

10. Sia $k : (0,1) \to \mathbb{R}$ data da $k(x) = x^{-\alpha}\sin x^2$ ove $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora k è lipschitziana [a] se e solo se $\alpha > 0$; [b] se $\alpha = 3$; [c] se e solo se $\alpha = 1$; [d] se $\alpha < 1$.

---

spazio riservato alla commissione