Analisi B

Prova scritta 08/02/10	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si ponga $u(x) = x^3 \sinh x^4$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $u^{(39)}(0)$ vale [a] $9!$; [b] $39!$; [c] $39!/9!$; [d] $9!/39!$.

• **2. Fisici:** Posto $f(x) = \int_{-1}^{3x} 2 \sin e^{xy}\, dy$ per $x \in \mathbb{R}$, il rapporto $\big(f'(0) + \cos 1\big)/\sin 1$ vale [a] 2 ; [b] 3 ; [c] 6 ; [d] 4 .

• **3. Fisici:** Per $r > 0$ si ponga $D_r = \big\{x \in \mathbb{R}^3 : |x| \le r^2,\ x_1 = x_2\big\}$. Se vale l'uguaglianza $\int_{D_2} f(x)\, dS = \lambda \int_{D_3} f(2x/3)\, dS$ per ogni $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ continua, allora λ vale [a] $27/8$; [b] $8/27$; [c] $4/9$; [d] $9/4$.

4. Siano $B = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1\big\}$ e $f : B \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2 - y^2$. Allora il numero dei punti di estremo relativo per f è [a] 1 ; [b] 2 ; [c] 5 ; [d] 4 .

5. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ avente in 0 un punto di minimo relativo. Allora [a] $u^{(n)}(0) \ge 0\ \ \forall n$ pari; [b] $u''(0) > 0$; [c] per ogni n l'equazione $u'(x)u^{(n)}(x) = 0$ ha soluzioni; [d] $u^{(n)}(0) = 0\ \ \forall n$ dispari.

6. Se $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t) = u(t)/(t+5)$ per ogni $t \ge 0$ e $u(0) = 6$. Allora $u(15)$ vale [a] 120 ; [b] 80 ; [c] 20 ; [d] 24 .

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞. Allora [a] $\sum_{n=0}^{\infty}\{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per ogni x ; [b] esiste $\delta > 0$ tale che $\sum_{n=0}^{\infty}\{f^{(n)}(0)/n!\}x^n = f(x)$ per $|x| < \delta$; [c] esistono $\delta, M > 0$ tali che $|f^{(n)}(x)| \le M$ per $|x| < \delta$ e per ogni n ; [d] esiste una successione reale $\{M_n\}$ tale che $|f^{(n)}(x)| \le M_n$ per $|x| \le n$ e per ogni n .

8. La soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 4u(t) - u^2(t)$, $u(0) = 2$, è [a] globale e non limitata; [b] non globale ma limitata; [c] globale e limitata; [d] non globale e non limitata.

9. Sia $S = \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 1,\ z = y\big\}$. Allora l'area di S vale [a] $\pi\sqrt{2}$; [b] $\pi\sqrt{3}$; [c] π ; [d] $\pi\sqrt{6}$.

10. Sia $k : (0, 1) \to \mathbb{R}$ data da $k(x) = x^{-\alpha} \sin x^2$ ove $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora k è lipschitziana [a] se e solo se $\alpha > 0$; [b] se $\alpha = 3$; [c] se e solo se $\alpha = 1$; [d] se $\alpha < 1$.

---

spazio riservato alla commissione