# Analisi Matematica 2

| Prova scritta 07/09/12 | Cognome e nome (stampatello chiaro) | C.L. (Mat/Fis) |
|---|---|---|
| | | |

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

**1.** Il limite $\lim_{x\to 0} x^{-8}\big(\sqrt[5]{1+x^4}+\sqrt[5]{1-x^4}-2\big)$ vale [a] $-3/25$ ; [b] $3/25$ ; ■ $-4/25$ ; [d] $-3/16$ .

• **2. Matematici:** Sia $\omega(x,y) = (x^2+y^2)^{-2}e^{x^2+y^2}\big(x\,dx + y\,dy\big) + z^3\,dz$ per $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ con $(x,y)\neq(0,0)$ e sia $C$ il cammino parametrizzato da $t\mapsto(\cos\pi t, \sin\pi t, t)$ , $t\in[0,2]$ . Allora $\int_C \omega$ vale [a] $8/3$ ; [b] $0$ ; [c] $2\pi/3$ ; ■ $4$ .

• **3. Matematici:** Per $x\in(0,+\infty)$ e $n\in\mathbb{N}$ sia $f_n(x) = (x^{-6}+2^{-n})^{1/3} - x^{-2}$ . Allora la successione $\{f_n\}$ (legenda: *cp*=converge puntualmente, *cu*=converge uniformemente) [a] non *cp*; [b] *cp* ma non *cu*; ■ *cu*; [d] *cu* in $(1,+\infty)$ e non *cu* in $(0,1)$ .

**4.** Siano $\Gamma = \big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 :\ 5xy = 3,\ x\neq y\big\}$ e $f:\Gamma\to\mathbb{R}$ data da $f(x,y) = x^2+y^2$ . Allora $f$ [a] ha minimo e $\min f = 6/5$ ; [b] ha minimo e $\min f = 10/3$ ; [c] non ha minimo e $\inf f = 10/3$ ; ■ non ha minimo e $\inf f = 6/5$ .

**5.** Sia $B = \big\{(x,y,z)\in[0,+\infty)^3 : 4\le x^2+y^2\le 16,\ z\le 3y\big\}$ . Allora il volume di $B$ vale [a] $37$ ; [b] $21/2$ ; ■ $56$ ; [d] $18$ .

**6.** Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe $C^2$ tale che $u''(t)+4u(t) = 8(1+e^{2t})$ $\forall\, t\in\mathbb{R}$ , $u(0)=3$ e $u'(0)=2$ . Allora la differenza $u(1)-2$ vale [a] $3e^2$ ; [b] $2e^3$ ; [c] $e^3$ ; ■ $e^2$ .

**7.** Per $r>0$ il simbolo $C(r)$ denoti l'insieme degli $x\in\mathbb{R}^3$ tali che $|x| = r$ e $x_1 = x_2$ . Allora la formula $\int_{C(8)}\ln(1+|x'|^2)\,ds = \lambda\int_{C(2)}\ln(1+16|x|^2)\,ds$ , è corretta se $\lambda$ vale [a] $16$ ; [b] $2$ ; [c] $64$ ; ■ $4$ .

**8.** Dato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^5(1+u^2(t))\sin\big((\pi/2)u(t)\big)$ , $u(0)=5$ , sia $u$ la soluzione massimale. Allora $u$ è [a] non globale e crescente; [b] non globale e decrescente; ■ globale e crescente; [d] globale e decrescente.

**9.** Sia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ data da $g(z) = \int_\Gamma\big(xz+yz-\sinh(xz+yz)\big)ds(x,y)$ , ove $\Gamma$ è il grafico di una funzione $\psi:[0,2]\to\mathbb{R}$ di classe $C^1$ non negativa. Allora ■ esiste un intorno di $0$ in cui $g$ è decrescente; [b] esiste un intorno di $0$ in cui $g$ è crescente; [c] $g$ ha massimo locale in $0$ ; [d] $g$ ha minimo locale in $0$ .

**10.** La funzione $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ data da $f(x) = \tanh(1/x^5)$ [a] è uniformemente continua; [b] è lipschitziana; [c] è discontinua; ■ non ha minimo.

---

**spazio riservato alla commissione**