

Analisi Matematica 2

Prova scritta 07/09/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-8}(\sqrt[5]{1+x^4} + \sqrt[5]{1-x^4} - 2)$ vale a $-3/25$; b $3/25$; c $-4/25$; d $-3/16$.
- 2. **Matematici:** Sia $\omega(x, y) = (x^2 + y^2)^{-2} e^{x^2 + y^2} (x dx + y dy) + z^3 dz$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ con $(x, y) \neq (0, 0)$ e sia C il cammino parametrizzato da $t \mapsto (\cos \pi t, \sin \pi t, t)$, $t \in [0, 2]$. Allora $\int_C \omega$ vale a $8/3$; b 0 ; c $2\pi/3$; d 4 .
- 3. **Matematici:** Per $x \in (0, +\infty)$ e $n \in \mathbb{N}$ sia $f_n(x) = (x^{-6} + 2^{-n})^{1/3} - x^{-2}$. Allora la successione $\{f_n\}$ (legenda: cp=converge puntualmente, cu=converge uniformemente) a non cp; b cp ma non cu; c cu; d cu in $(1, +\infty)$ e non cu in $(0, 1)$.
4. Siano $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 5xy = 3, x \neq y\}$ e $f : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2 + y^2$. Allora f a ha minimo e $\min f = 6/5$; b ha minimo e $\min f = 10/3$; c non ha minimo e $\inf f = 10/3$; d non ha minimo e $\inf f = 6/5$.
5. Sia $B = \{(x, y, z) \in [0, +\infty)^3 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, z \leq 3y\}$. Allora il volume di B vale a 37 ; b $21/2$; c 56 ; d 18 .
6. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u''(t) + 4u(t) = 8(1 + e^{2t}) \quad \forall t \in \mathbb{R}$, $u(0) = 3$ e $u'(0) = 2$. Allora la differenza $u(1) - 2$ vale a $3e^2$; b $2e^3$; c e^3 ; d e^2 .
7. Per $r > 0$ il simbolo $C(r)$ denoti l'insieme degli $x \in \mathbb{R}^3$ tali che $|x| = r$ e $x_1 = x_2$. Allora la formula $\int_{C(8)} \ln(1 + |x'|^2) ds = \lambda \int_{C(2)} \ln(1 + 16|x|^2) ds$, è corretta se λ vale a 16 ; b 2 ; c 64 ; d 4 .
8. Dato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^5(1 + u^2(t)) \sin((\pi/2)u(t))$, $u(0) = 5$, sia u la soluzione massimale. Allora u è a non globale e crescente; b non globale e decrescente; c globale e crescente; d globale e decrescente.
9. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $g(z) = \int_{\Gamma} (xz + yz - \sinh(xz + yz)) ds(x, y)$, ove Γ è il grafico di una funzione $\psi : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 non negativa. Allora a esiste un intorno di 0 in cui g è decrescente; b esiste un intorno di 0 in cui g è crescente; c g ha massimo locale in 0 ; d g ha minimo locale in 0 .
10. La funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \tanh(1/x^5)$ a è uniformemente continua; b è lipschitziana; c è discontinua; d non ha minimo.

spazio riservato alla commissione