

Analisi Matematica 1

Prova scritta 07/09/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia $\alpha > 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (1+n^{-3})^{\alpha} (1+n^2)^{-\alpha} (\sin n^{-4})^{\alpha}$ converge se e solo se
 a $\alpha > 1/2$; b $\alpha > 1/6$; c $\alpha > 1/4$; d $\alpha > 1/3$.
2. Siano $\lambda, \mu : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ date da $\lambda(x) = \sqrt[4]{1+3x} - 1$ e $\mu(x) = \sin^2(\sqrt{3x})$. Allora il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \lambda(x)/\mu(x)$ vale a 1/4; b 2/3; c 4/3; d 3/4.
3. Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ non negativa. Perché f sia integrabile e $\int_0^1 f(x) dx = 0$ è a nec. che $\forall n$ esista $s : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ a scala tale che $s \geq f$ e $\int_0^1 s(x) dx < 1/n$; b suff. che $\forall n$ esista $s : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ a scala tale che $s \leq f$ e $s(x) \geq f(x) - (1/n) \forall x$; c nec. che $\forall n$ esista $s : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ a scala tale che $s \geq f$ e $s(x) \leq 1/n \forall x$; d nec. e suff. che $\forall n$ esista $s : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ a scala tale che $s \geq f$ e $s(x) \leq 1/n \forall x$.
4. Siano $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ differenziabile tale che $\nabla f(4, 1, 6) = (1/4, 7, -1/6)$ e $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $\varphi(x, y) = f(4xy^4, x, 6x^6y^4)$. Allora $(\partial\varphi/\partial y)(1, 1)$ vale a -4; b 7; c 0; d $(1/4) - (1/6)$.
5. Siano $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $\{x_n\}$ reale convergente a 2. Allora $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(x_n) = 3$ a se φ è continua in 2 e $\varphi(2) = 3$; b se φ è continua in 3 e $\varphi(3) = 2$; c se $\varphi(x) = 3 \forall x \neq 2$; d se $\lim_{x \rightarrow 2} \varphi(x) = 3$.
6. Siano $x \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua tali che $f(x) = 0$. Allora perché f^7 sia differenziabile in x è a nec. che f sia differenziabile in x ; b nec. che $f'(x)$ esista finita; c suff. che $f(x+h) = o(|h|^{1/3})$ per $h \rightarrow 0$; d nec. che $f(x+h) = o(|h|)$ per $h \rightarrow 0$.
7. Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $F(7) = 4$. Perché il punto 7 sia di massimo assoluto per F è a suff. che F cresca in $(-\infty, 7)$ e decresca in $(7, +\infty)$; b nec. che $F'(7) = 0$; c nec. che F sia limitata superiormente; d nec. che F sia continua in 7.
8. Per ogni rettangolo E di \mathbb{R}^2 si ponga $m(E) = 0$ se $\text{area } E = 0$ e $m(E) = \text{lungh } S$ se $E = I \times J$ non è degenere, ove S è uno degli insiemi elencati. Indicare la scelta di S che rende m misura additiva a $S = I$; b $S = J \cap (0, 1)$; c $S = \{x \in E : 2x_1 + x_2 = 0\}$; d $S = \text{diagonale di } E$.
9. L'integrale $\int_0^1 x \cosh x dx$ vale a e ; b $e - 1$; c $1 - e^{-1}$; d e^{-1} .
10. Si ha $\forall z \in \mathbb{C}$ a $|e^z| = e^{|z|}$; b $|\cos^2 z| \leq 1$; c $\cos z = i \cosh(iz)$; d $\overline{e^z} = e^{\overline{z}}$.

spazio riservato alla commissione