Strumenti di Analisi Matematica di Base — 07/07/03

♠ Siano $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^3 : \ |x| < 1\}$ e $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Perché f sia integrabile secondo Riemann sulla frontiera di Ω rispetto alla misura ordinaria (area) è sufficiente che f sia

♢ continua in $\mathbb{R}^3 \setminus \Omega$

♠ Sia $u : [0, t^*) \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale di classe C^1 del problema di Cauchy $u'(t) = u(t)\arctan(tu(t)) \quad \forall\, t \in [0, t^*)$ e $u(0) = 1$. Allora

♢ $t^* = +\infty$

♠ Siano $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ continua tale che $u(t) = \int_0^t (2 + u(s))\, ds \quad \forall\, t \geq 0$ e $\lambda = u(1)$. Allora

♢ $\lambda > 2$

♠ La funzione $f(x) = \ln(1 + x^2)$, $x \in \mathbb{R}$, è

♢ uniformemente continua

♠ Sia $I = \int_\Gamma |x|\, ds(x)$, ove x è il generico punto di $\mathbb{R}^2$ e Γ è il segmento di estremi $(0, 0)$ e $(1, 1)$. Allora I vale

♢ 1

♠ L'integrale $\int_0^1 x \ln(1 + x)\, dx$ vale

♢ 1/4

♠ Il limite $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 + x)^{-1} \ln(3 + \exp x)$ vale

♢ 1

♠ La funzione $x \mapsto 2\sin 3x + \exp(-6x)$, $x \in \mathbb{R}$, ha in 0 un punto

♢ di minimo relativo

♠ Sia $S = \{(x, y, z) \in [0, +\infty)^3 : \ x + y \leq 1,\ z \leq 1 - (x + y)^2\}$. Allora il volume di S vale

♢ 1/4

♠ Sia $f(x) = \int_1^{\exp(2x)} \exp(y^2)\, dy$, $x \in \mathbb{R}$. Allora $f'(0)$ vale

♢ $2e$